

Ejercicios Resueltos

B

Física I

Coloquios tomados en el año

2010

- *Sistemas de partículas - Teoremas de Conservación - Cuerpo Rígido - Ondas Mecánicas - Efecto Döppler - Luz: refracción, dioptras, espejos y lentes delgadas - Interferencia y Difracción -*



TEMA I

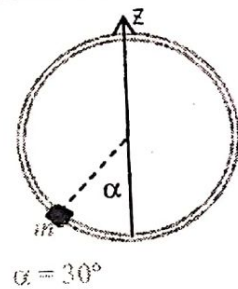
FÍSICA I - 6201 - EVALUACIÓN INTEGRADORA

- JUSTIFICAR DETALLADAMENTE PROCEDIMIENTOS Y ANALIZAR RESULTADOS.
- NO TRABAJAR EN LAPIZ NI USAR TINTA ROJA.

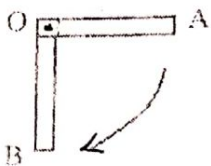
APELLIDO Y NOMBRES (en todas las hojas):										
PADRON:										
OPORTUNIDAD:										
CURSO DOCENTE:										
NUMERO DE HOJAS ENTREGADAS:										
PARA EL DOCENTE CORRECTOR:										
1		2		3			4			
1.a	1.b	2.a	2.b	3.a.1	3.a.2	3.b	4.a.1	4.a.2	4.b.1	4.b.2

1) Una anilla de masa m se encuentra engarzada en un aro de alambre de 1 metro de radio con el que gira solidariamente alrededor del eje z con frecuencia f . El coeficiente de rozamiento entre la anilla y el alambre del aro es $\mu = 0.2$. Hallar:

- la mayor frecuencia a la que puede girar el aro para que la anilla no deslice
- Idem con la menor frecuencia para que la anilla no deslice.



2) a) Una barra rígida de masa M y longitud L ($I^m = \frac{1}{12} ML^2$) se encuentra suspendida del techo por un extremo fijo a un pivote que le permite girar libremente. Se la suelta de la posición horizontal A y la barra empieza a descender.



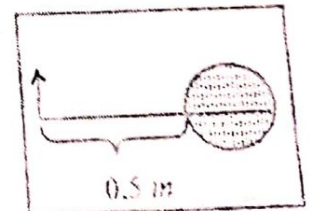
¿Cuánto vale la velocidad angular de la barra cuando ésta llega a la posición vertical B? ¿Cuánto vale la fuerza que hace la barra sobre el pivote en ese momento? (módulo, dirección y sentido)

b) En un sistema de partículas, ¿puede conservarse el momento angular respecto del centro de masa y no conservarse la energía cinética del sistema? Justifique

3) a) Un parlante emite uniformemente en el aire en todas las direcciones. A una distancia de 10 m de la fuente se mide un nivel de intensidad $\beta = 120$ dB. Calcular:

- la potencia media emitida por la fuente
 - el nivel de intensidad a una distancia de 20 metros de la fuente
- b) ¿En qué consiste el fenómeno de batido? Indique las condiciones necesarias para que se produzca.

4) a₁) Considere un objeto real ubicado a medio metro de una esfera maciza de cristal ($n = 1.4$) de 12 cm de diámetro, como se muestra en la figura. Encuentre la posición y características de la imagen formada por la esfera, y compruebe con un trazado de rayos.



a₂) cuando un rayo de luz refracta en la dioptra ¿cambia su frecuencia, su longitud de onda o su velocidad de propagación?

- b₁) Se tiene un dispositivo con cuatro rendijas para estudiar interferencia. Se hace incidir luz que tiene dos longitudes de onda $\lambda_1 = 420$ nm y λ_2 desconocida. Se observa en la pantalla que el máximo de orden 5 correspondiente a λ_1 se encuentra superpuesto al máximo de orden 3 de λ_2 . Determine el valor de λ_2 .
- b₂) Grafique para una fuente monocromática la distribución de intensidades sobre la pantalla dada por este dispositivo. Desprecie el término de difracción

Ejercicio 1:

Empecemos analizando el caso de la mayor frecuencia. En esa situación tenemos que al girar el aro en forma extremadamente rápida, la anilla "m" tiende a subir por el alambre del aro, y por lo tanto el rozamiento tiende a oponerse haciendo una fuerza contraria, es decir tangencial al aro pero apuntando hacia abajo. Esto me lo dice la lógica (también lo dicen las ecuaciones pero de manera menos intuitiva). Pero si a vos te suena raro, pensá en esta situación:

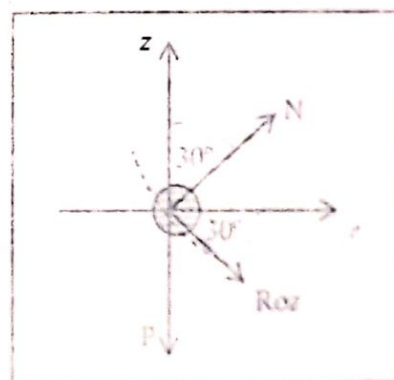


Bart hace girar despacito su péndulo, por lo tanto tiende a caer hacia la vertical. Homero en cambio hace girar muy rápido el suyo, y éste tiende a subir, alejándose de la vertical.



Conclusión: giro muy rápido (Homero) tiende a subir, y para evitarlo el rozamiento se opone. Así, para la situación de la mayor frecuencia posible, tengo que el rozamiento estático entre el aro y la anilla será el mayor posible y hacia abajo (porque la anilla tiende a subir, caso Homero)

Hago el DCL para la anilla en esta situación. Observar el sentido de los ejes: uno radial dirigido hacia el centro de la trayectoria de la anilla (gira en un círculo de altura constante), donde la aceleración es la centrípeta. Y otro perpendicular para sumar las otras componentes de las fuerzas.



Marqué también el ángulo de 30° para la normal y el rozamiento (se saca mirando con cuidado para cada fuerza con qué eje forma los 30°). Las ecuaciones de la 2^{da} ley de Newton nos dicen

$$\begin{cases} (r) N \cdot \text{sen}(30^\circ) + \text{Roz} \cdot \text{cos}(30^\circ) = m \cdot a_c \\ (z) N \cdot \text{cos}(30^\circ) - \text{Roz} \cdot \text{sen}(30^\circ) - m \cdot g = 0 \end{cases}$$

Coloquios de Física I del año 2010

Como estamos analizando la situación extrema, en que la anilla gira tan rápido que está por empezar a levantarse del plano de giro, vamos a poner el caso extremo del rozamiento: todo en contra. el máximo posible ... $Roz = \mu_e \cdot N$. En las ecuaciones:

$$\begin{cases} r) N \cdot \text{sen}(30^\circ) + \mu_e \cdot N \cdot \text{cos}(30^\circ) = m \cdot a_c \\ z) N \cdot \text{cos}(30^\circ) - \mu_e \cdot N \cdot \text{sen}(30^\circ) - m \cdot g = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{de } z)} N = \frac{m \cdot g}{\text{cos}(30^\circ) - \mu_e \cdot \text{sen}(30^\circ)}$$

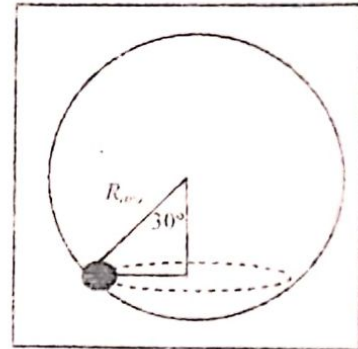
Reemplazando en la ecuación del eje radial:

$$r) \frac{m \cdot g}{\text{cos}(30^\circ) - \mu_e \cdot \text{sen}(30^\circ)} \cdot (\text{sen}(30^\circ) + \mu_e \cdot \text{cos}(30^\circ)) = m \cdot \omega^2 \cdot R \quad (\ddagger)$$

Donde el radio de giro de la anilla $\underline{R_{giro}}$ es lo mismo que el radio del aro. Pero se relacionan por trigonometría:

$$\text{sen}(30^\circ) = \frac{\text{op}}{\text{hip}} = \frac{R_{giro}}{R_{aro}} \rightarrow R_{giro} = 1 \text{ m} \cdot \text{sen}(30^\circ) = 0,5 \text{ m}$$

En la ecuación de arriba (\ddagger), reemplazo y despejo:



$$\omega_{m\acute{a}x} = \sqrt{\frac{g \cdot (\text{sen}(30^\circ) + \mu_e \cdot \text{cos}(30^\circ))}{0,5 \text{ m} \cdot (\text{cos}(30^\circ) - \mu_e \cdot \text{sen}(30^\circ))}} \approx 4,15 \text{ seg}^{-1}$$

Y este valor de velocidad angular corresponde a una frecuencia de: $f = \frac{\omega}{2\pi} \approx 0,66 \text{ Hz}$

Este es el valor máximo de frecuencia permitido para que giren solidariamente (respuesta a.1)

¿Qué cambia con la frecuencia mínima? Debo cambiar el sentido del rozamiento, pero en la situación en la cual el giro es tan lento que la anilla está por empezar a caer por el alambre (caso Bart), el rozamiento vuelve a ser el máximo, pero ahora hacia arriba

Así que a las dos componentes halladas del rozamiento hay que cambiarles el signo. Y eso nos lleva a que en el despeje anterior los dos términos que empiezan con el "μ" cambien de signo (verificalo):

$$\omega_{m\acute{a}x} = \sqrt{\frac{g \cdot (\text{sen}(30^\circ) - \mu_e \cdot \text{cos}(30^\circ))}{0,5 \text{ m} \cdot (\text{cos}(30^\circ) + \mu_e \cdot \text{sen}(30^\circ))}} \approx 2,58 \text{ seg}^{-1}$$

Y este valor de velocidad angular corresponde a una frecuencia de $f = \frac{\omega}{2\pi} \approx 0,41 \text{ Hz}$

Ejercicio 2:

a) Lo planteo por Energía. Poniendo el cero de la energía potencial en el punto más bajo del extremo libre de la barra, entonces al salir del punto A la barra tiene sólo energía potencial, y la altura del CM vale $h = L$. Al llegar a la posición vertical B, el CM se encuentra a una altura $\frac{L}{2}$, y también tiene energía cinética de traslación y rotación. O de rotación pura si consideramos el movimiento respecto al punto fijo en el pivote. Así:

$$E_{mec,f} = M \cdot g \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{2} \cdot I_o \cdot \omega^2$$

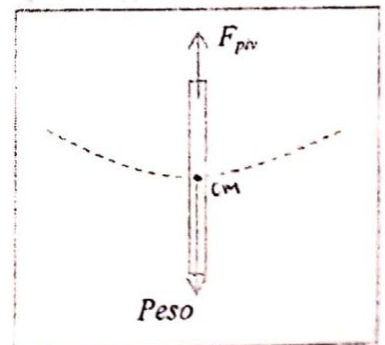
Donde I_o es el momento de inercia de la barra respecto del punto fijo A, y se obtiene trasladando el momento de inercia respecto del CM usando el Teorema de Steiner:

$$I_o = I_{CM} + M \cdot d^2 \xrightarrow{d=L/2} = \frac{1}{12} \cdot M \cdot L^2 + \frac{1}{4} \cdot M \cdot L^2 = \frac{1}{3} \cdot M \cdot L^2$$

Entonces:

$$E_{mec,f} = E_{mec,i} \rightarrow M \cdot g \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot M \cdot L^2 \cdot \omega^2 = M \cdot g \cdot L \xrightarrow{\text{despejo}} \omega = \sqrt{\frac{3 \cdot g}{L}}$$

Cuando pasa por el punto más bajo, el CM está sometido a la fuerza que le hace el pivote y el peso, como se muestra en el diagrama. Como el CM ejecuta un movimiento circular de radio igual a la mitad de la longitud de la barra, la segunda ley de Newton se escribe:



$$r) F_{piv} - M \cdot g = M \cdot \overbrace{\omega^2}^{a_c} \cdot \frac{L}{2}$$

De aquí, reemplazando la velocidad angular, se despeja: $F_{piv} = \frac{5}{2} \cdot M \cdot g$

Esta es la fuerza recibida por la barra. La que la barra hace sobre el pivote es igual y opuesta (por el 3^{er} principio). Así que contestemos que tiene dirección vertical y sentido hacia abajo.

b) Sí, esto puede darse perfectamente. Por ejemplo, si tenemos dos partículas en nuestro sistema que sólo interactúan y no reciben fuerzas exteriores, habrá conservación de L pero la energía cinética puede cambiar. El clásico problema de los dos patinadores sobre hielo que se toman de

las manos y se acercan. Al hacerlo aumenta la energía cinética de cada uno (por lo tanto también la del sistema) porque la conservación de L nos dice que a menor distancia al centro de masa de cada uno el conjunto disminuye el momento de inercia I por lo que debe aumentar la velocidad angular (y en consecuencia aumenta la energía cinética de rotación).

$$\bar{L}_{sist} = cte \rightarrow \frac{cte}{L_0} = \frac{\downarrow}{I} \cdot \frac{\uparrow}{\omega} \rightarrow E_c = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \frac{cte}{L_0} \cdot \uparrow \omega$$

Otro ejemplo es el problema de la guía del chico sentado en un taburete. al acercar los brazos al pecho disminuye I por lo tanto aumenta ω , y eso nos lleva al mismo resultado del caso anterior.

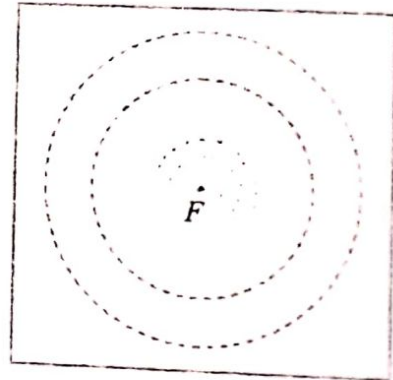
Ejercicio 3:

La intensidad I es la potencia emitida por la fuente por unidad de superficie. Como se supone que la propagación es esférica, la potencia del sonido se distribuye en forma uniforme en toda la superficie esférica del frente de ondas. Así que a 10 metros de la fuente tendremos:

$$I = \frac{Pot_{fuente}}{Sup_{esf}} = \frac{P_f}{4\pi \cdot (R_{esf})^2} \quad (1)$$

¿Cómo se relaciona esto con el nivel de intensidad en dB?

Ese número es una comparación en escala logarítmica con la intensidad umbral (la mínima que percibe un ser humano con el oído sano, aproximadamente $1 \cdot 10^{-12} \text{ W/m}^2$)



Por si lo olvidamos, se calcula así: $n_{(dB)} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{I}{10^{-12} \text{ W/m}^2} \right)$.

Con esto ya tenemos más o menos armado lo que hay que hacer: de esta expresión despejo la intensidad porque sabemos los "decibeles". Y con la intensidad volvemos arriba y sacamos la P_f (potencia de emisión de la fuente). Así:

$$120 = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{I}{10^{-12} \text{ W/m}^2} \right) \xrightarrow{\text{despejo}} \frac{120}{10} = \log_{10} \left(\frac{I}{10^{-12} \text{ W/m}^2} \right) \rightarrow \frac{I}{10^{-12} \text{ W/m}^2} = 10^{12}$$

Pasando el divisor multiplicando sale que la intensidad del sonido en ese punto es $I = 1 \text{ W/m}^2$.

$$\xrightarrow{\text{en } (\text{E})} 1 \text{ W/m}^2 = \frac{P_f}{4 \cdot \pi \cdot (10 \text{ m})^2} \xrightarrow{\text{despejo}} P_f \approx 1257 \text{ W}$$

Esta es la respuesta del punto a₁). Para el siguiente tenemos que tener en cuenta que cuando nos alejamos de la fuente, el sonido se percibe más débil porque aumenta la distancia, NO porque la fuente pierda potencia. Es decir, para el tipo que escucha a 10 metros la cosa no cambia: eso quiere decir que la fuente sigue emitiendo la misma potencia. Pero al aumentar la distancia considerada, la misma cantidad de energía se distribuye en una esfera de mayor superficie (de 20 metros de radio), por lo tanto la intensidad disminuye y en consecuencia también lo hace el nivel de intensidad. Así, a 20 m:

$$I = \frac{P_f}{4 \cdot \pi \cdot (R_{\text{enf}})^2} = \frac{1257 \text{ W}}{4 \cdot \pi \cdot (20 \text{ m})^2} = 0,25 \text{ W/m}^2$$

Y a esa distancia el nivel de intensidad habrá caído a: $n(\text{dB}) = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{0,25 \text{ W/m}^2}{10^{-12} \text{ W/m}^2} \right) \approx 114 \text{ dB}$

b) este es de teoría, hay que poner todo lo que recuerde para que te entreguen el puntito. El fenómeno de batido se produce cuando se superponen dos on'as del mismo tipo y de igual intensidad pero con una ligera diferencia de frecuencia. El caso típico es el de dos ondas sonoras con frecuencias f_1 y $f_2 = f_1 + \Delta f$. Para ese caso se percibe un sonido cuya intensidad (el "volumen", que depende de la amplitud de la onda sonora) varía con frecuencia Δf . En lenguaje fácil, parece que el volumen sube y baja periódicamente. La variación es tanto más lenta cuando más próximas estén las frecuencias de las ondas superpuestas. Si hay tiempo, se puede mencionar como se usa este fenómeno para afinar instrumentos

Ejercicio 4:

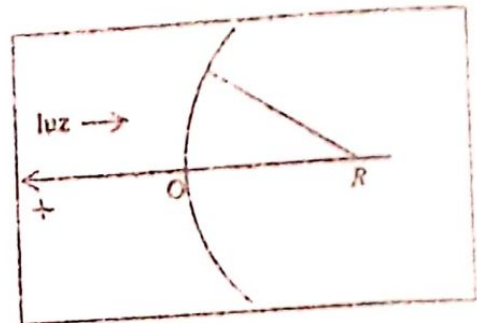
a) En la parte de óptica geométrica vimos que para una dioptra esférica la posición del objeto "x" y de la imagen x', se relacionan con el foco de la dioptra mediante la ecuación:

$$\frac{n_2}{x'} - \frac{n_1}{x} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad A = \frac{y'}{y} = \frac{n_1 \cdot x'}{n_2 \cdot x}$$

En este problema tenemos dos refracciones, la primera cuando la luz emitida por el objeto pasa del aire e ingresa en la bola. La segunda cuando después de atravesar la bola sale del otro lado al aire. Para cada una de ellas vamos a usar la fórmula de las dioptras esféricas.

En el primer caso, el objeto se encuentra a 50 cm de la dioptra. En nuestra convención de signo, como se encuentra a la izquierda (desde donde viene la luz) del punto O (donde el eje corta a la dioptra), entonces es una posición objeto positiva (lo que está a la izquierda de O es positivo).

El radio de curvatura es 6 cm (la mitad del diámetro) pero como el centro de curvatura de esa cara se ubica a la derecha de O, entonces el radio vale -6 cm. En tanto que n_2 es el índice del cristal (el medio al que refractan los rayos), y n_1 es el índice de refringencia del aire (de donde provienen los rayos)



Tenemos:

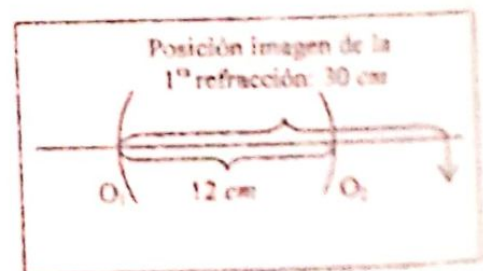
$$\frac{1,4}{x'_1} - \frac{1}{+50 \text{ cm}} = \frac{1,4 - 1}{-6 \text{ cm}} \xrightarrow{\text{despejo}} x'_1 = -30 \text{ cm}$$

Es decir, la imagen se ubica a 30 cm a la derecha del punto O. Para el aumento:

$$A_1 = \frac{1 \cdot (-30 \text{ cm})}{1,4 \cdot 50 \text{ cm}} \approx -0,43$$

Ahora, el objeto de la 2^{da} refracción es la imagen que acabamos de sacar para la primera. Entonces, con mucho cuidado, relacionemos estos datos con los que necesito para sacar la refracción en la 2^{da} dioptra. Lo más importante es ver cuánto vale la posición objeto para la 2^{da} cara de cristal.

Como sabemos, debemos medir desde el nuevo O₂ (el punto donde el eje intercepta a la 2^{da} cara), así que con un sencillo dibujo vemos que el objeto para la segunda refracción está a 18 cm a la derecha de O₂.



Esto nos dice que el objeto para la 2^{da} refracción está en $x = -18 \text{ cm}$. Ese signo nos dice que para la 2^{da} dioptra tenemos un objeto virtual (está del lado contrario de donde incide la luz). Para el radio, tenemos el mismo valor que en la 1^{ra} refracción, pero ahora el centro de curvatura se encuentra a 6 cm a la izquierda de O_2 , por lo tanto debo tomar $R = -6 \text{ cm}$. Además, tenemos que intercambiar los índices, porque el medio incidente para esta 2^{da} refracción es el cristal ($n_1 = 1,4$), y la luz refracta al aire ($n_2 = 1$).

Tenemos:

$$\frac{1}{x'_2} - \frac{1,4}{-18 \text{ cm}} = \frac{1 - 1,4}{+6 \text{ cm}} \xrightarrow{\text{despejo}} x'_2 = -6,92 \text{ cm}$$

Es decir, la imagen se ubica a $6,92 \text{ cm}$ a la derecha del punto O_2 . Por el signo del resultado, es una imagen real. Para el aumento:

$$A_2 = \frac{1,4 \cdot (-6,92 \text{ cm})}{1 \cdot (-18 \text{ cm})} \approx 0,54$$

El aumento total es el producto de los dos aumentos, por lo tanto vale $A = -0,23$. Esto nos dice que la imagen final es un 23 % del tamaño de la original (casi la cuarta parte del tamaño de la original) y por el signo, sabemos que está invertida.

Para el trazado de rayos debemos determinar la ubicación del foco objeto e imagen para cada dioptra. Para el foco objeto f_o , basta hacer $x' = \infty$, y despejar:

$$\frac{1,4}{x'_1} - \frac{1}{x_1} = \frac{1,4 - 1}{-6 \text{ cm}} \xrightarrow{x' \rightarrow \infty, x_1 = f_o} f_o = +15 \text{ cm}$$

Y en la 2^{da} dioptra:

$$\frac{1}{x'_2} - \frac{1,4}{x_2} = \frac{1 - 1,4}{+6 \text{ cm}} \xrightarrow{x'_2 \rightarrow \infty, x_2 = f_o} f_o = +21 \text{ cm}$$

Ambos positivos, es decir a la izquierda de sus respectivos O de referencia.

Para los focos imagen f_i , basta hacer $x = \infty$, y despejar:

Coloquios de Física I del año 2010

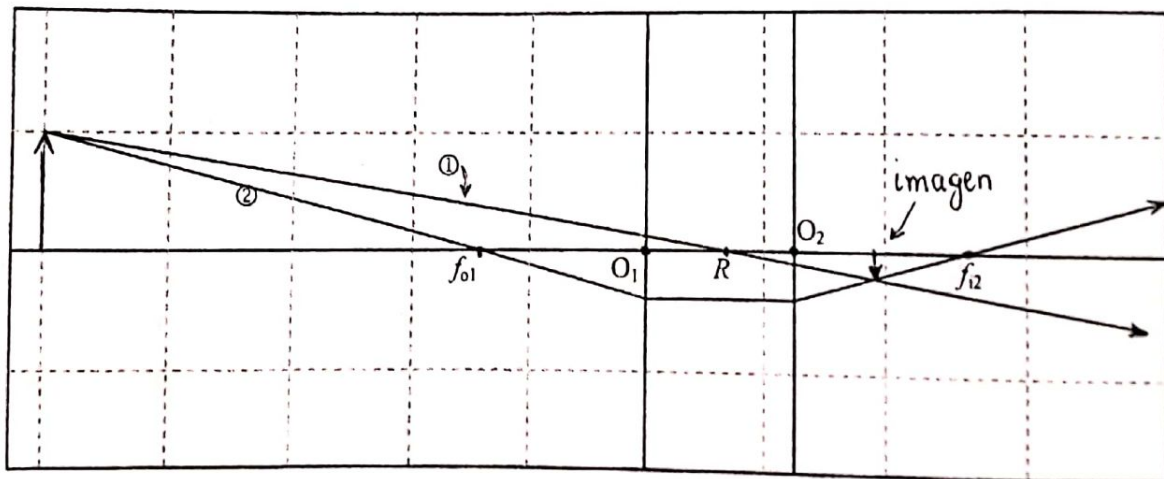
$$\frac{1,4}{x'_1} - \frac{1}{x_1} = \frac{1,4 - 1}{-6 \text{ cm}} \quad x \rightarrow \infty, x'_1 = f_1 \rightarrow f_1 = -21 \text{ cm}$$

Y en la 2^{da} dioptra:

$$\frac{1}{x'_2} - \frac{1,4}{x_2} = \frac{1 - 1,4}{+6 \text{ cm}} \quad x \rightarrow \infty, x'_2 = f_2 \rightarrow f_2 = -15 \text{ cm}$$

Ambos negativos, es decir a la derecha de sus respectivos O de referencia.

Para el trazado de rayos, voy a considerar el rayo ① que sale del objeto y pasa por el centro de curvatura (R). Ese rayo no se desvía. Y el ② que pasa por el foco objeto (que está a 15 cm a la izquierda de O₁), se refracta dentro de la bola saliendo paralelo al eje. La intersección de esos dos rayos forma la imagen de la 1^{ra} dioptra (que es a la vez el objeto de la 2^{da}). Esos dos mismos rayos me sirven para sacar la 2^{da} imagen: el ① también pasa por el centro de curvatura de la 2^{da} dioptra, por lo tanto tampoco se desvía en la 2^{da} refracción. Y el ② que salió paralelo al eje en la 1^{ra} refracción, al incidir en la 2^{da} dioptra se desvía pasando por el foco imagen de la 2^{da} dioptra (que está a 15 cm a la derecha de O₂). Así que mirá con cuidado el dibujo, hacé el tuyo a escala (cada división de mi escala son 10 cm) y acordate de marcar los focos hallados de cada dioptra midiendo desde el O respectivo. Debe quedarte algo así:



La intersección de los dos rayos emergentes es directa, nos muestra una imagen real, invertida y de menor tamaño que el objeto, tal como nos mostró el cálculo analítico.

a.) la luz, como cualquier onda que pasa de un medio a otro, no modifica su frecuencia (la cantidad de máximos que inciden de un lado pasan siempre al otro lado). Pero al cambiar la velocidad de propagación (recordemos que la definición del índice de refracción nos dice que la velocidad en la esfera es menor que en el aire), de la relación $v_{Luz} = \lambda \cdot f$ sale que al disminuir la velocidad de propagación dentro de la esfera, debe disminuir también la longitud de onda

b.) En el caso de interferencia, vimos en la guía que la distribución de intensidades sobre la pantalla presenta sucesivas franjas brillantes y oscuras. La posición de los máximos viene dada por la expresión:

$$\text{sen}\theta = \frac{n\lambda}{a} \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots$$

En esta expresión, "a" es la separación de las rendijas. Observemos que la posición sobre la pantalla está asociada al ángulo θ de esta expresión. El máximo de orden 5 (o sea con $n = 5$) de λ_1 viene dada por: $\text{sen}\theta = \frac{5\lambda_1}{a}$

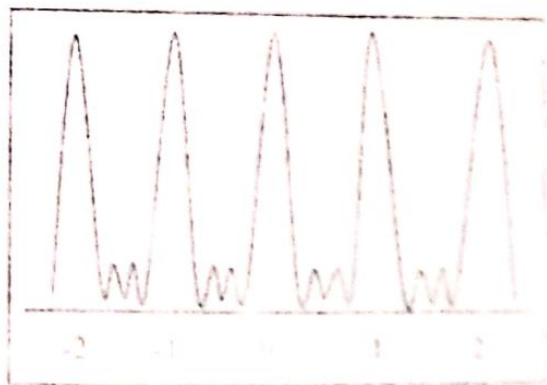
Mientras que el de orden 3 para la longitud de onda desconocida vale: $\text{sen}\theta = \frac{3\lambda_2}{a}$

Como estas dos cosas coinciden, vale igualar el ángulo asociado. Nos queda:

$$\frac{5\lambda_1}{a} = \frac{3\lambda_2}{a} \xrightarrow{\text{despejo}} \lambda_2 = \frac{5\lambda_1}{3} = 700 \text{ nm}$$

b₂) para el caso de interferencia de $n = 4$ ranuras, la distribución de intensidades sobre la pantalla nos muestra una sucesión de franjas luminosas, todas de la misma intensidad, con $n - 2$ máximos de menor importancia entre los principales (es decir dos pequeños máximos entre cada par de principales)

Es decir, el diagrama es más o menos el siguiente.



TEMA 2

20/07/10

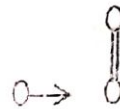
FÍSICA I - 6201 - EVALUACIÓN INTEGRADORA

- JUSTIFICAR DETALLADAMENTE PROCEDIMIENTOS Y ANALIZAR RESULTADOS.
- NO TRABAJAR EN LAPIZ NI USAR TINTA ROJA.

APELLIDO Y NOMBRES (en todas las hojas):												
PADRÓN:												
OPORTUNIDAD:												
CURSO DOCENTE:												
NÚMERO DE HOJAS ENTREGADAS:												
PARA EL DOCENTE CORRECTOR:												
1			2			3			4			
a	b	c	a	b	c	a ₁	a ₂	b	a1	a2	b1	b2

1. Dos bolas de igual masa se encuentran en reposo sobre una mesa horizontal sin fricción, unidas a los extremos de una barra indeformable y de masa despreciable. Una tercera bola de la misma masa se aproxima al conjunto con velocidad 6 m/s, en dirección perpendicular a la barra y dirigiéndose hacia uno de los extremos. Impacta sobre la bola que se encuentra en ese extremo quedando unida a ella. Determine:

- La velocidad del centro de masa luego de la colisión
- La velocidad de cada bola un instante después de la colisión
- Considere las siguientes magnitudes: i) Energía del sistema, ii) momento lineal del sistema iii) momento angular del sistema. Elija una que no se conserve durante la colisión y justifique



2. Un aro de masa M y radio R parte del reposo y rueda por un plano inclinado ($I^{\text{cm}} = MR^2$)

- Realice el diagrama de cuerpo libre, calcule la fuerza de rozamiento con el plano y la aceleración del centro de masa.
- Escriba una expresión para el momento angular o cinético respecto al centro de masa y al CIR ¿Cómo se relacionan?
- Si en lugar de un aro cayera una esfera ($I^{\text{cm}} = 2/5 MR^2$) con la misma masa y radio, justifique si la aceleración del centro de masa en la caída, la velocidad del centro de masa y la energía cinética al llegar al plano horizontal, serían mayor, igual o menor que para el aro.

3. a) Un murciélago emite sonidos de frecuencia alta, imperceptibles al oído humano, los cuales rebotan en los objetos y son escuchados por el animal, pudiendo determinar distancias, formas y movimiento. Considere un murciélago que vuela en línea recta a 20 m/s, aproximándose a una pared. Emite un sonido de frecuencia 40000 Hz, y recibe su eco luego del rebote. Si la velocidad del sonido en el aire es 340 m/s

- Determine la frecuencia percibida por el animal.
- Calcule la longitud de onda del sonido emitido por el murciélago cuando está se encuentra quieto

b) un panel aislante acústico disminuye en 50 decibeles el nivel sonoro. Si de un lado del panel le llega un ruido de una densidad de potencia de 10 watts por metro cuadrado ¿qué densidad de potencia sale del otro lado? ($I_0 = 10^{-12} \text{ watts/m}^2$)

4. a₁) Se coloca un objeto real a una distancia $x = R/4$ de un espejo esférico cóncavo. Determine la posición y características de la imagen. Trace los rayos principales y compruebe los resultados analíticos.

a₂) ¿Una lente biconvexa es siempre convergente? Justifique

b₁) Se hace incidir luz monocromática de 500 nm de longitud de onda sobre dos rendijas. A continuación se encuentra una lente de distancia focal 1 m y sobre su plano focal se coloca una pantalla y se observa que la distribución de intensidades muestra que el ancho del máximo central es 2 cm, y que falta el máximo de cuarto orden. Determine el ancho de las rendijas y la separación entre ellas.

b₂) Explique para qué sirve una red de difracción, por qué se construyen con una densidad grande de líneas y como se define su poder separador.

Ejercicio 1:

El sistema formado por las tres bolas interactúa sobre la mesa. Como no hay rozamiento con la misma, el sistema puede considerarse aislado ya que no hay fuerzas exteriores en el plano del movimiento. Entonces, como hemos visto para el parcial, tenemos que se conserva la cantidad de movimiento y el momento angular del sistema.

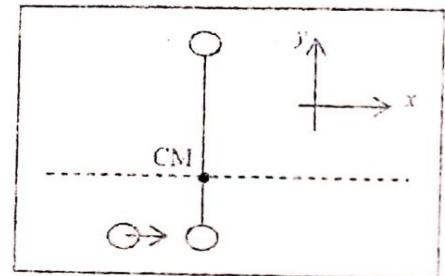
Por un lado, por la conservación de la cantidad de movimiento podemos poner que la cantidad inicial (la de la bola 3) es igual a la final (la de las tres bolas sumadas, pero conviene que la pongamos como la del CM). Así:

$$\sum_{ext} \vec{F} = 0 \rightarrow \vec{p}_{sist} = cte \rightarrow m \cdot v_o = 3 \cdot m \cdot V_{cm} \rightarrow V_{cm} = \frac{1}{3} \cdot v_o = 2 \text{ m/seg}$$

Ahora vamos a usar la conservación del momento cinético (o angular). Antes de la colisión el momento angular respecto del CM tenía la contribución exclusiva de la masa m_3 (la única que se movía).

Es fácil ver que, como las tres masas son iguales, entonces el CM se encuentra a $\frac{1}{3}L$ respecto del extremo donde impacta m_3 . Por lo tanto:

$$\vec{L}_{sist} = \vec{L}_3 = \vec{r} \times \vec{p}_3 = \frac{1}{3} \cdot L \cdot (-\hat{j}) \cdot m \cdot v_o \cdot (\hat{i}) = \frac{L \cdot m \cdot v_o}{3} \hat{k}$$



El sentido vectorial viene dado por la regla de la mano derecha. Este vector apunta en forma perpendicular y saliente a la hoja.

Después de la colisión, el CM sigue trasladándose en forma uniforme. Y las tres masas rotan alrededor de ese punto con la misma velocidad angular ω . Podemos poner entonces que el momento cinético final es igual al momento de inercia total respecto al CM por la velocidad angular:

$$\vec{L}_{final} = (I_1 + I_2 + I_3) \cdot \omega = \left(m_1 \left(\frac{2}{3} \cdot L \right)^2 + m_2 \left(\frac{1}{3} \cdot L \right)^2 + m_3 \left(\frac{1}{3} \cdot L \right)^2 \right) \cdot \omega = \frac{2}{3} \cdot m \cdot L^2 \cdot \omega$$

Y como no hay momentos externos vale igualar el momento cinético final e inicial del sistema:

$$\vec{L}_{final} = \vec{L}_{inicial} \rightarrow \frac{2}{3} \cdot m \cdot L^2 \cdot \omega = \frac{m \cdot L \cdot v_o}{3} \xrightarrow{\text{despejo}} \omega = \frac{v_o}{2 \cdot L} = \frac{3 \text{ m/seg}}{L}$$

Así, la velocidad de cada masa inmediatamente después de la colisión es la suma de la velocidad de traslación del CM, más la de rotación alrededor del CM. Tenemos en cada caso:

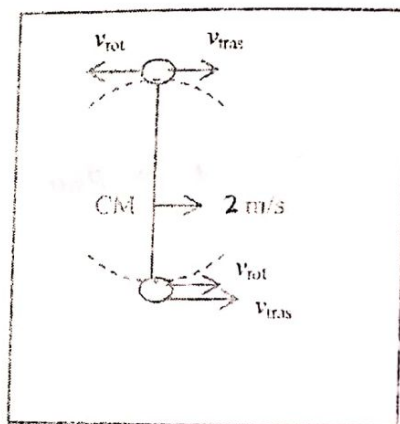
m_1 : la de rotación alrededor del CM tiene sentido contrario al del eje x, por lo tanto debo restarlas.

$$v_{1,f} = -v_{rot} + v_{CM} = -\omega \cdot \frac{2}{3} \cdot L + 2 \text{ m/s} = 0$$

m_2 y m_3 : para estas masas la velocidad de traslación del CM más la de rotación alrededor del CM es una "verdadera" suma, porque esos vectores tienen el mismo sentido:

$$v_{2,f} = v_{rot} + v_{CM} = \omega \cdot \frac{1}{3} \cdot L + 2 \text{ m/s} = 3 \text{ m/s}$$

Y el mismo valor para la masa m_3 .



c) no hay conservación de la energía mecánica. Se puede justificar porque las cuentas nos dicen que la energía cinética del sistema varía, o bien explicando que la aparición de fuerzas no conservativas durante el impacto entre las bolas (y las que la barra rígida les transmite entre ellas) hace que no haya conservación. La típica situación de los choques. Pero nada más contundente que mostrar los números:

$$E_i = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (6 \text{ m/s})^2 = 18 \cdot m$$

Donde "m" es la masa de cada partícula (no confundirla con "metros"). La energía final la podemos sacar sumando las energías cinéticas de las tres masas (para eso tenemos las velocidades de cada una un instante después de la colisión), o bien sumando la de traslación del CM más la de rotación alrededor del mismo:

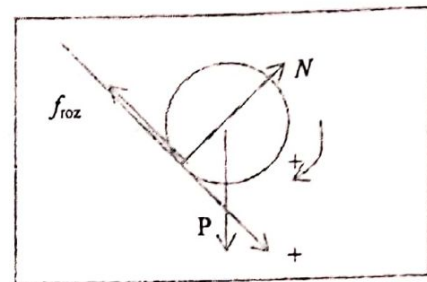
$$E_f = \frac{1}{2} m_T \cdot (v_{CM})^2 + \frac{1}{2} I_T \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot m \cdot (2m/seg)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot m \cdot L^2 \cdot \left(\frac{3m/seg}{L}\right)^2 = 6 \cdot m + 3 \cdot m = 9 \cdot m$$

Donde vemos que la energía final, para cualquier "m", es exactamente la mitad de la inicial.

Ejercicio 2:

Hacemos un DCL, donde incluimos el peso, la normal y el rozamiento en el punto de contacto del aro con el plano.

Tomando el eje x paralelo al plano inclinado y con sentido hacia abajo, y la ecuación de momentos respecto al centro de masa, nos quedan las siguientes ecuaciones:



$$\begin{cases} x) P_x - f_{roz} = M \cdot a_{cm} \\ y) N - P_y = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad f_{roz} \cdot R = I^{cm} \cdot \gamma$$

Donde para elegir el sentido positivo de los ejes tuve en cuenta un sistema solidario (cuando baja en el sentido positivo del eje, gira en el sentido positivo de rotación). La condición de rodadura nos indica que el punto de contacto con el plano es el CIR (punto instantáneo sin velocidad). Por lo tanto, se cumple que

$$v_{cm} = \omega \cdot R \xrightarrow{\text{derivando}} a_{cm} = \gamma \cdot R$$

Entonces, reemplazo en la ecuación de momentos: $f_{roz} \cdot R = I^{cm} \cdot \frac{a_{cm}}{R} \rightarrow f_{roz} = \frac{I^{cm}}{R^2} \cdot a_{cm}$ (3)

Y sumando miembro a miembro con la ecuación del eje x:

$$M \cdot g \cdot \text{sen}(\alpha) = \left(M + \frac{I^{cm}}{R^2} \right) \cdot a_{cm} \quad (2)$$

Reemplazando la expresión del momento de inercia para el aro respecto a su CM que nos dan en el enunciado:

$$M \cdot g \cdot \text{sen}(\alpha) = \left(M + \frac{2 \cdot M \cdot R^2}{R^2} \right) \cdot a_{cm} \rightarrow a_{cm} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \text{sen}(\alpha)$$

Y reemplazando en (3)

$$f_{roz} = \frac{M.R^2}{R^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot g \cdot \text{sen}(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot M \cdot g \cdot \text{sen}(\alpha)$$

Las expresiones halladas para la f_{roz} y la a_{cm} son la respuesta del punto a.

b) para el centro de masa, el impulso angular lo calculo como: $L^{cm} = I^{cm} \cdot \omega = M \cdot R^2 \cdot \omega$

Mientras que para el CIR, tenemos: $L^{CIR} = I^{CIR} \cdot \omega = \underbrace{(MR^2 + I^{cm})}_{\text{Steiner}} \cdot \omega = 2 \cdot M \cdot R^2 \cdot \omega$

La relación que vincula estas dos cosas la vimos en la práctica: el impulso angular respecto del CIR se puede poner como el intrínseco respecto del CM (también llamado Spin) que calculamos primero, más el impulso del CM alrededor del CIR (es decir el que tendría una masa puntual M que rotara con velocidad ω alrededor de ese punto). A este último término se lo suele llamar impulso orbital. En efecto:

$$L^{CIR} = L^{spin} + L^{orbital} = I^{cm} \cdot \omega + R \cdot \overbrace{M \cdot v_{cm}}^{p_{cm}} = M \cdot R^2 \cdot \omega + R \cdot M \cdot \omega \cdot R = 2 \cdot M \cdot R^2 \cdot \omega$$

c) vamos por partes: la aceleración del CM en la caída la tenemos en la expresión (2) de la página anterior. Como para la esfera su I^{cm} es menor, tiene una menor inercia a moverse (la inercia está dada por el factor que multiplica a la a_{cm}) y por lo tanto cuando lo paso dividiendo, me da una mayor aceleración.

Por otro lado, es fácil ver que en el problema se conserva la energía mecánica (el rozamiento no hace trabajo, porque está aplicado en un sin desplazamiento). Por lo tanto, si la esfera sale de la misma altura, tiene la misma energía potencial que el aro. Y toda esa energía potencial se transformará en cinética al llegar a la base del plano. Así, tanto para la esfera como para el aro, la energía cinética al llegar a la base del plano será la misma.

Con este resultado es posible deducir que pasa con la velocidad del CM. Para eso tengamos en cuenta que la energía cinética cuando llega al piso es la suma de la cinética más la de rotación:

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot M \cdot v_{cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot I^{cm} \cdot \omega^2 \xrightarrow{\omega = v_{cm}/R} E_{cin} = \frac{1}{2} \left(M + \frac{I^{cm}}{R^2} \right) \cdot v_{cm}^2$$

De aquí se puede despejar la velocidad del CM. Pero ya se ve que aquel que tenga el mayor momento de inercia I^{cm} , pasará del otro lado un mayor divisor, y despejará una velocidad menor. Es decir, el aro llegará a la base del plano con menor velocidad del centro de masa. A este

resultado también se puede llegar razonando por dinámica: si, como dijimos, tiene mayor aceleración la esfera que el aro, entonces en la misma distancia (el largo del plano inclinado) terminará con mayor velocidad la esfera.

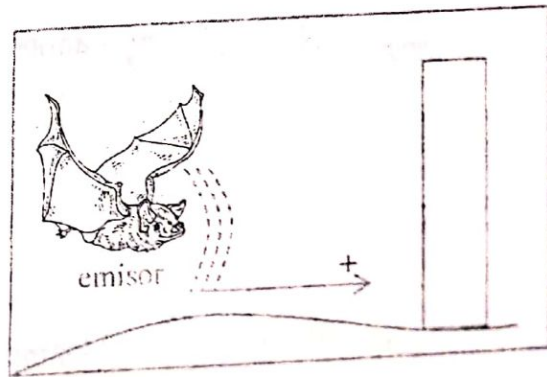
Ejercicio 3:

a) el murciélago emite un sonido de frecuencia 40000 hz. Pero como vimos en la guía 6, las ondas sonoras cambian de frecuencia cuando el emisor o el receptor se mueven. Este fenómeno se conoce como "efecto Döppler". Este es un problema complicado, porque el emisor es el murciélago y el receptor es el mismo animal. Por lo que puede llevarnos a pensar cosas erróneas. Quizás sería más sencillo pensando en dos murciélagos que se acercan entre sí, volando a la misma velocidad. Pero me parece que lo más fácil es pensar el problema en dos partes:

i) primero vamos a determinar la frecuencia del sonido que llega a la pared: tenemos un receptor (la pared) que se encuentra quieto y un emisor (el murciélago) que se acerca a 20 m/seg. La fórmula que vimos en el cuadernillo 6 para el efecto Döppler nos dice que:

$$f_o = \frac{v_{son} - v_{obs}}{v_{son} - v_e} \cdot f_e$$

Donde la convención de signos que dimos nos indica que v_e es positiva porque el emisor se acerca al observador (el murciélago se acerca a la pared)

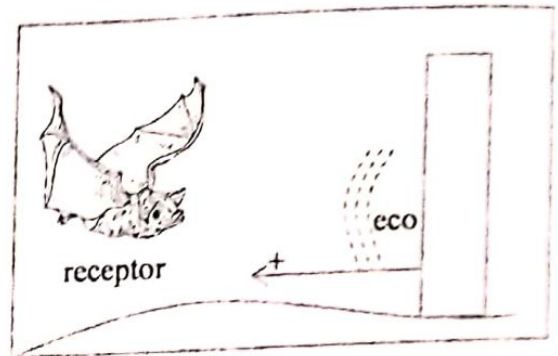


Haciendo la cuenta:

$$f_o = \frac{340 \text{ m/s} - 0}{340 \text{ m/s} - 20 \text{ m/s}} \cdot 40000 \text{ hz} = 42500 \text{ hz}$$

Esta es la frecuencia del sonido que llega a la pared. En ella rebota (hace eco), y esa onda sonora empieza a volver hacia el murciélago.

ii) Ahora tenemos que plantear el regreso del eco. Fue emitido por la pared, tiene la frecuencia de 42500 Hz que calculamos antes, y se dirige hacia el animal (es el receptor del eco). En la fórmula del Dópler tendremos un emisor (la pared) quieto, y un receptor con velocidad contraria al eje.



Recordá que por nuestra convención de signos tomamos el eje del emisor al receptor (en el sentido en el que viaja el sonido):

$$f_o = \frac{340 \text{ m/s} - (-20 \text{ m/s})}{340 \text{ m/s} - 0} \cdot 42500 \text{ Hz} = 45000 \text{ Hz}$$

Esta es la frecuencia que percibe el murciélago.

a₂) la longitud de onda la podemos despejar en forma directa de la relación con la frecuencia y la velocidad de propagación. Tenemos:

$$v_{prop} = f \cdot \lambda \rightarrow 340 \text{ m/s} = 40000 \frac{1}{seg} \cdot \lambda \rightarrow \lambda = 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 8,5 \text{ mm}$$

b) Primero calculemos el nivel de intensidad de la onda sonora incidente en la parte izquierda del panel. De la relación vista en el cuadernillo 7 tenemos:

$$n_{(db)} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{I}{I_o} \right) = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{10 \text{ W/m}^2}{1 \cdot 10^{-12} \text{ W/m}^2} \right) = 10 \cdot \log_{10} \left(10^{13} \right) = 130 \text{ dB}$$

Al atravesar el panel, el nivel de intensidad baja 50 dB. Por lo tanto, del lado derecho del panel el sonido sale con una intensidad que puedo despejar de la misma fórmula anterior:

$$\overset{80}{n_{(db)}} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{I}{I_o} \right) \xrightarrow{\text{despejo}} I = I_o \cdot 10^8 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \cdot 10^8 = 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

Ejercicio 4:

a) Para un espejo esférico convexo tenemos que la fórmula vista en el cuadernillo 9 nos dice:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}$$

Por nuestra convención de signos, el objeto real tiene posición positiva $x = +\frac{1}{4}.R$, mientras que

por ser un espejo cóncavo, su distancia focal es positiva: $f = +\frac{1}{2}.R$

De esta forma, tenemos:

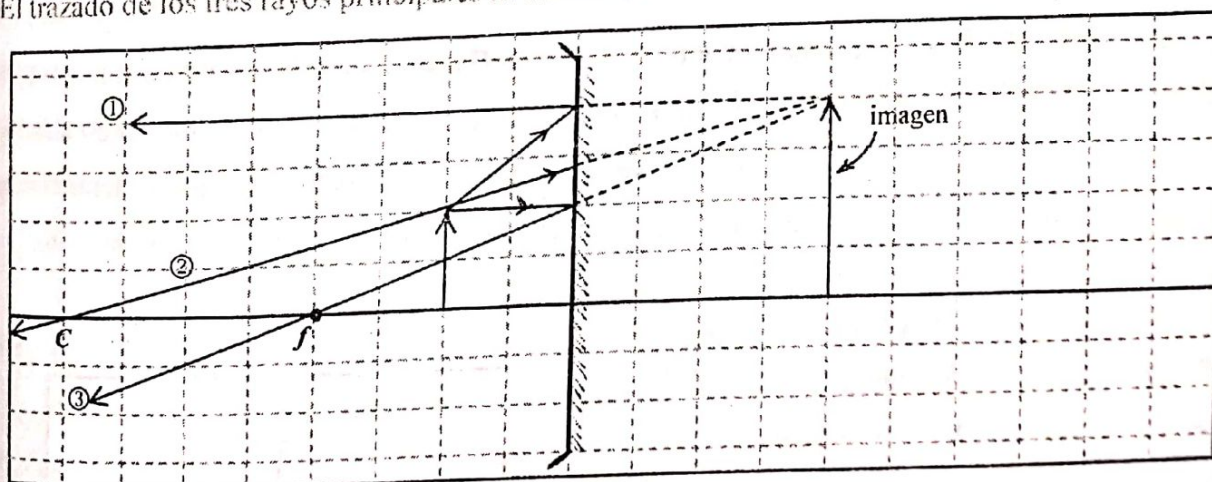
$$\frac{1}{\frac{1}{4}.R} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{\frac{1}{2}.R} \rightarrow \frac{4}{R} + \frac{1}{x'} = \frac{2}{R} \rightarrow \frac{1}{x'} = \frac{-2}{R} \rightarrow x' = -\frac{1}{2}.R$$

La imagen es virtual, se obtiene con la prolongación de los rayos reflejados. Para saber sus otras características saco el aumento:

$$A = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x} \xrightarrow{\text{reemplazo}} A = -\frac{-\frac{1}{2}.R}{\frac{1}{4}.R} = +2$$

Es decir, la imagen tiene el doble de tamaño que el objeto, y se encuentra derecha.

El trazado de los tres rayos principales lo hacemos a escala:



Los tres rayos trazados son: i) el rayo que se emite del objeto paralelo al eje óptico, se refleja saliendo por el foco (es el ①). ii) el rayo que se emite del objeto en la dirección del centro de curvatura C, se refleja sin desviarse (es el ②) iii) el rayo que se emite del objeto en la dirección del foco se refleja en el espejo saliendo paralelo al eje óptico (es el ③)

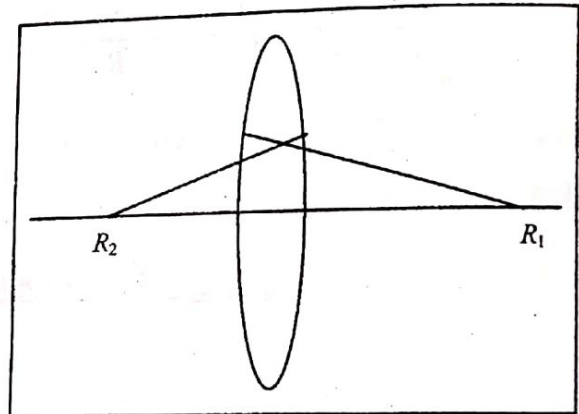
Como los rayos reflejados ①, ② y ③ no tienen intersección directa, debemos prolongarlos detrás del espejo. El punto donde se cortan las intersecciones es el lugar donde se forma la imagen (imagen virtual). Comprobamos además que es derecha y del doble de tamaño.

b) una lente biconvexa puede ser convergente o divergente. Esto lo vimos en la guía (cuadernillo 10). El carácter convergente o divergente no sólo depende de las formas de las caras, también depende del medio en el que esté sumergida la lente. Para una lente biconvexa como la que mostramos en la figura, tenemos el primer radio negativo y el segundo radio positivo (en la convención de signos que usamos en el cuadernillo: del centro óptico O para la izquierda es positivo).

En la fórmula del constructor de lentes, con $R_1 < 0$ y $R_2 > 0$

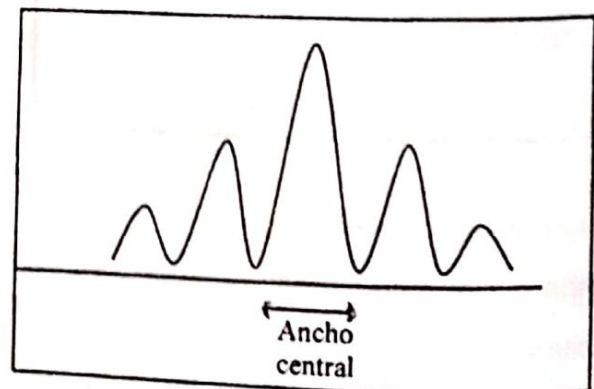
$$f_o = \frac{n_o}{n_v - n_o} \left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 - R_2} \right)$$

Vemos que dentro del paréntesis el producto $R_1 R_2$ es negativo, y la resta del divisor también lo es. Por lo tanto el paréntesis es de signo positivo.



Pero, lo que termina por definir el signo es el término $n_v - n_o$ (la resta del índice del vidrio menos el índice del medio en el que se encuentra sumergida la lente). Claramente, si el medio es aire (caso más usual en la guía) entonces $n_o = 1$ y todo el signo es positivo. En ese caso la lente es convergente. Pero si se la sumerge en algún medio más refringente que el material de la lente, entonces se convierte en divergente.

b₁) Recordemos que el máximo central va desde el primer mínimo para la izquierda hasta el primer mínimo para la derecha. Eso nos permite decir que el primer mínimo de interferencia se encuentra exactamente en 1 cm contados desde el punto central O de simetría.



La expresión que nos dice dónde se ubica el mínimo de orden n de la interferencia es:

$$\text{sen}\theta_{\min} = \left(n - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\lambda}{a} \xrightarrow{\text{sen}\theta_{\min} = \frac{x_{\min}}{D}} \frac{0,01 \text{ m}}{1 \text{ m}} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{500 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{a} \rightarrow a = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

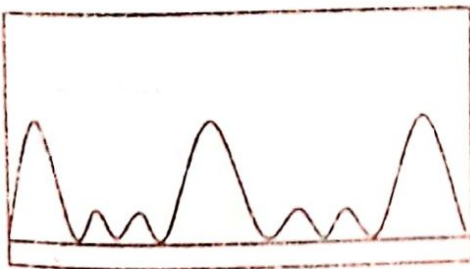
Esta es la separación entre las rendijas. Saquemos cuál es la posición del máximo de 4^{to} orden de la figura de interferencia:

$$\text{sen}\theta_{\max} = n \cdot \frac{\lambda}{a} \xrightarrow{\text{sen}\theta_{\max} = \frac{x_{\max}}{D}} \frac{x_4}{1 \text{ m}} = 4 \cdot \frac{500 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{2,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}} \rightarrow x_4 = 0,08 \text{ m}$$

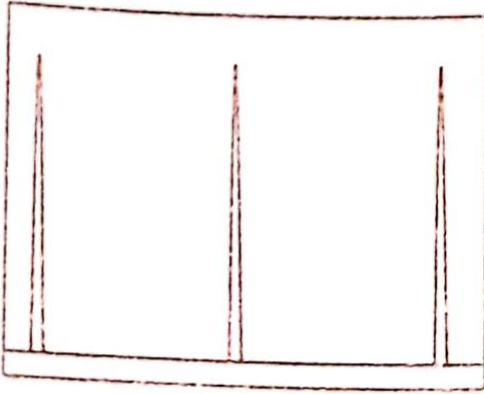
Por otro lado sabemos que la figura de interferencia se encuentra modulada por la campana de difracción. Como está desaparecido el máximo de 4^{to} orden, eso nos dice que coincide con el primer cero de la campana de difracción. Es decir, el valor del x_4 hallado es la posición del primer cero de la figura de difracción. Así, en la expresión de los ceros de la figura de difracción que vimos en la práctica, tenemos:

$$\frac{x_n}{D} = n \cdot \frac{\lambda}{b} \xrightarrow{\text{1er cero}} \frac{0,08 \text{ m}}{1 \text{ m}} = 1 \cdot \frac{500 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{b} \xrightarrow{\text{despejo}} b = 6,25 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

b₂) esta pregunta es de teoría, pero pongamos en resumidas líneas qué es lo que se debe contar: las redes son arreglos que cuenta con varias ranuras paralelas y espaciadas regularmente que permiten el paso de luz, todas del mismo ancho. Suelen tener un número grande de líneas por unidad de longitud, lo que permite que los máximos secundarios de interferencia no sean apreciables, y los principales sean bien definidos, es decir:



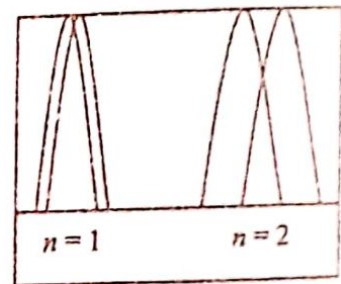
Esta es la figura de interferencia para 4 ranuras. Tenemos los máximos principales (en la pantalla aparecen como franjas muy luminosas) y dos secundarios intermedios (aparecen como zonas grises). Los bordes suelen ser confusos, difíciles de precisar.



Esta es la figura para una red con una densidad grande, cuyas aberturas guardan la misma separación que en el caso anterior. Los máximos secundarios casi han desaparecido, y los principales se angostan, lo que mejora sensiblemente la definición de las líneas

Esto nos permite mejorar el poder de separación del arreglo. ¿De qué se trata? Las redes se usan para identificar la longitud de onda que forma un haz de luz. En ocasiones, hay varias longitudes de onda mezcladas, y si esas λ son muy similares entonces los máximos suelen aparecer "casi" superpuestos, resultando difícil distinguir que hay dos picos porque parece uno sólo. El poder separador tiene que ver con la capacidad que tiene la red de mostrarnos como dos picos distintos a aquellos que pertenecen a distintas λ , aun cuando estas sean muy parecidas.

Llamamos "separar" o "resolver" dos longitudes de onda cuando el máximo de orden n de uno coincide con el mínimo de la otra. En el caso del dibujo, tenemos que a orden 1 los picos no están resueltos (en la pantalla aparece una sola franja luminosa de bordes mal definidos) en cambio si está resuelto a 2^{do} orden (donde el máximo de λ_2 cae en el mínimo de λ_1).



Aclaro por las dudas: a orden 0 (el máximo central) todas las longitudes tienen un máximo, nunca se separa nada. Vemos que la capacidad de separar no sólo depende de las longitudes de onda consideradas. También depende del orden estudiado.

El poder separador se define como: $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$

Donde $\Delta\lambda$ es la mínima longitud de onda que se puede separar para cierto orden n . Cuanto menor sea el valor de $\Delta\lambda$, mayor es el poder separador, mejor (y más cara) es la red. Se puede demostrar que el poder separador de una red vale $R = n.N$, donde n es el orden considerado (a mayor n , mejor separa), y N es la cantidad de líneas o aberturas de la red.

FÍSICA I - 6201 - EVALUACION INTEGRADORA

- JUSTIFICAR DETALLADAMENTE PROCEDIMIENTOS Y ANALIZAR RESULTADOS.
- NO TRABAJAR EN LAPIZ NI USAR TINTA ROJA.

APELLIDO Y NOMBRES (en todas las hojas):

PADRON:

OPORTUNIDAD:

CURSO DOCENTE:

NÚMERO DE HOJAS ENTREGADAS:

PARA EL DOCENTE CORRECTOR:

1			2			3			4			
a	b	c	a ₁	a ₂	b	a	b	c	a1	a2	b1	b2

1) Dos vagonetas de ferrocarril idénticas de masa M se desplazan por inercia con velocidad V_0 , una detrás de la otra, y sin hallarse vinculadas. En la vagoneta trasera se encuentra un hombre de masa $m = \frac{1}{4} M$ que en cierto momento toma carrera y salta hacia la delantera con velocidad relativa $u = \frac{1}{3} V_0$ respecto a la vagoneta trasera. Desprecie el rozamiento del conjunto con las vías del tren y determine: a) las cantidades que se conservan. Indique cuáles y para quien, y no olvide justificar; b) encuentre la velocidad final de cada vagoneta en términos de V_0 ; c) determine la velocidad del centro de masa del conjunto.

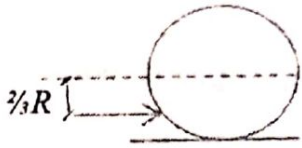
2) Una bola de billar de 6 cm de diámetro está inicialmente en reposo y recibe un golpe instantáneo mediante un taco. El impulso es horizontal y se aplica en un punto a una distancia $2R/3$ por debajo de su línea central. La velocidad inicial de la bola es 0.3 m/s y el coeficiente de rozamiento cinético es 0.1 .

a₁) ¿cuál es la velocidad angular inicial de la bola? ¿En qué punto se debería impactar a la bola para que ésta no deslice sobre el paño?

a₂) ¿cuál es la velocidad de la bola una vez que empieza a rodar sin deslizar?

Considere $I_{\text{cm}} = \frac{2}{5} M R^2$

b) para un cuerpo rígido: ¿el centro de masa puede tener velocidad nula (respecto de algún sistema inercial) pero tener energía cinética no nula?



3) una cuerda de 0.8 metros de largo y cuya densidad lineal es $\mu = 50 \text{ gr/metro}$ se usa en una guitarra. Cuando se la hace vibrar en su modo fundamental produce un sonido de 250 Hz de frecuencia.

a) calcule la tensión de la cuerda y escriba una posible ecuación para la onda estacionaria generada, que satisfaga las condiciones de contorno.

b) la longitud de onda y la frecuencia del sonido que se propaga en el aire de la habitación ($v_{\text{son}} = 330 \text{ m/s}$)

c) si al acercarle un diapason se perciben 5 pulsaciones por segundo, ¿qué valor tiene la frecuencia de este último?

4) a₁) Un objeto real se ubica a 20 cm de una lente delgada, la que forma una imagen virtual y tres veces mayor. ¿De qué tipo de lente se trata y cuál es la distancia focal de la lente?

a₂) ¿A qué se llama reflexión total y cuál debe ser la relación entre los índices de refracción de los medios?

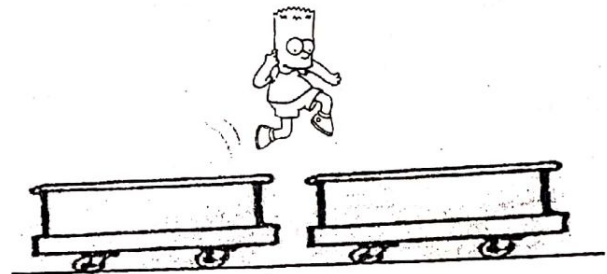
b₁) Para medir el ancho de una fisura en una superficie se hace incidir un frente de ondas plano de luz monocromática de $\lambda = 500 \text{ nanómetros}$ ($1 \text{ nanómetro} = 10^{-9} \text{ m}$) y se observa el patrón de difracción sobre una pantalla ubicada en el plano focal de una lente convergente de 1 m de distancia focal. Se observa que el ancho del máximo central es 4 mm . Determine el ancho de la fisura.

b₂) Experiencia de Young: explique el dispositivo usado, las condiciones requeridas y por qué decimos que permite demostrar que la luz es un fenómeno ondulatorio. Dibuje un patrón de intensidades producido en la pantalla. Analice cómo varía ese patrón cuando se aumenta el número de rendijas.

Ejercicio 1:

La "vagoneta" supongo que es un vulgar vagón (quizás más pequeño). El sistema está aislado en la dirección del eje de las vías porque no recibe fuerzas externas en esa dirección. Por lo tanto se conserva la cantidad de movimiento en esa dirección. No pasa lo mismo en la dirección perpendicular al piso, o perpendicular a las vías. En esas direcciones las vías y el piso podrían aplicar una fuerza al sistema y de esa forma el sistema de las dos vagonetas más el hombre podría cambiar su cantidad de movimiento.

De hecho, si la persona salta hacia arriba, sobre el sistema aparece una componente de cantidad de movimiento en el eje vertical. En ese caso hay fuerzas externas que no se equilibran (la Normal supera al peso durante el salto). Lo mismo pasa si salta hacia el costado del tren.



En cambio la energía mecánica del sistema puede variar con el trabajo de las fuerzas internas, por lo tanto no podemos decir que permanezca constante. Por ejemplo, claramente si la persona salta hacia arriba aparece energía potencial que sale del trabajo que hacen sus piernas para saltar. De lo dicho, aseguro que hay conservación de la cantidad de movimiento del sistema de las dos vagonetas y el hombre en el eje de las vías, donde el sistema está aislado porque las vías no aplican fuerzas (no hay rozamiento).

b) Analicemos el primer salto: como hay conservación de la cantidad de movimiento en el eje de las vías podemos igualar la suma de las cantidades de movimiento en esa dirección de la vagoneta trasera y el hombre:

$$\overbrace{(m+M).V_o}^{P_o} = \overbrace{M.V_{1f} + m.(V_{1f} + u)}^{P_f}$$

Donde llamé V_{1f} a la velocidad de la vagoneta trasera luego del salto. Por eso la velocidad del hombre la escribí como $V_{1f} + u$, ya que "u" es la velocidad relativa del hombre respecto a dicha plataforma, pero debemos poner la velocidad respecto al piso.

De aquí despejo V_{1f} :

$$(m+M).V_o = (m+M).V_{1f} + m.u \rightarrow V_{1f} = \frac{(m+M).V_o - m.u}{(m+M)} = V_o - \frac{m}{m+M}.u$$

Usando las relaciones entre V_o y u , y entre m y M , nos queda que la velocidad de la vagonea trasera es:

$$V_{1f} = V_o - \frac{\frac{1}{4}.M}{\frac{1}{4}.M+M} \cdot \frac{1}{3}.V_o = \frac{14}{15}.V_o$$

Y la persona tiene una velocidad inmediatamente después del salto de:

$$V_{1f} + u = \frac{14}{15}.V_o + \frac{1}{3}.V_o = \frac{19}{15}.V_o$$

Con esta velocidad la persona entra en contacto con la vagonea delantera, que se movía con V_o . Luego de caer, el conjunto sigue para adelante con una v_f común. Por la conservación de la cantidad de movimiento, tenemos:

$$M.V_o + m.(V_f + u) = (M+m).v_{2f} \rightarrow M.V_o + \frac{1}{4}.M \cdot \frac{19}{15}.V_o = \left(\frac{5}{4}.M\right).v_{2f}$$

De aquí despejamos v_{2f} : $v_{2f} = \frac{79}{75}.V_o$

e) Para la velocidad final del CM podemos hacer la "cuenta", sumando

$$v_{fCM} = \frac{M.v_{1f} + (m+M).v_{2f}}{(2M+m)}$$

Sin embargo esta cuenta no tiene sentido, porque sabemos que el resultado debe ser V_o , porque si el sistema está aislado entonces la velocidad del CM es constante, e igual a la inicial.

Ejercicio 2:

a) El impulso J aplicado por el taco a la bola de billar hace cambiar su cantidad de movimiento y su momento angular. En efecto, un impulso no es más que una fuerza de corta duración, cuyo efecto se mide con una integral temporal. Y como vimos en la guía, se relaciona con la variación de cantidad de movimiento y con la variación de impulso angular mediante las expresiones

$$(i) \vec{J} = M.\vec{v}_{cm,f} - M.\vec{v}_{cm,i} \quad (ii) \vec{r} \times \vec{J} = \vec{L}_f - \vec{L}_i$$

De la primera sacamos que: $\vec{J} = M \cdot \vec{v}_{cm,f} - \underbrace{M \cdot \vec{v}_{cm,i}}_{=0} \rightarrow \vec{J} = 0,3 \frac{m}{seg} \cdot M \cdot \hat{i}$

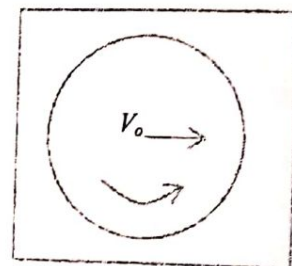
En la segunda, tomando momentos respecto del CM, el vector \vec{r} para el producto vectorial tiene dirección $-\hat{j}$ (apunta en el sentido negativo del eje y). Y para el momento angular respecto del CM, usamos la expresión de una esfera que dan en el enunciado.

$$-\frac{2}{3} \cdot R \hat{j} \times M \cdot 0,3 \frac{m}{seg} \cdot \hat{i} = \vec{L}_f - \underbrace{\vec{L}_i}_0 \rightarrow \vec{L}_f = 0,2 \frac{m}{seg} \cdot R \cdot M \cdot \hat{k}$$

Y reemplazando la expresión del momento angular para el CM:

$$\vec{L}_f = I_{cm} \cdot \vec{\omega} = 0,2 \frac{m}{seg} \cdot R \cdot M \cdot \hat{k} \rightarrow \vec{\omega} = \frac{0,2 \frac{m}{seg} \cdot R \cdot M}{\frac{2}{5} \cdot M \cdot R^2} \cdot \hat{k} \xrightarrow{R=0,03m} \vec{\omega} = 16,6 \frac{1}{seg} \hat{k}$$

Como es fácil comprobar, la bola no cumple inicialmente las condiciones de rodadura. Ni siquiera anda cerca de eso, porque tiene velocidad de traslación hacia delante, y velocidad de rotación antihoraria, por lo tanto en el punto de contacto con el piso hay una suma y ahí de ninguna manera puede estar el CIR.



¿Dónde deberíamos golpear para que la bola rodara sin deslizar desde el principio? De la condición de rodadura (velocidad nula para un punto en el borde de la bola), despejo:

$$v = \omega \cdot R \rightarrow \omega = \frac{0,3 \frac{m}{seg}}{0,03 m} = 10 \frac{1}{seg}$$

Además, hay otro detalle no menor: esta velocidad angular debe tener el sentido contrario a la anterior (es decir debe tener un giro horario) para que en el punto de contacto las velocidades de traslación y de rotación se resten y compensen. Entonces si quiero una velocidad angular que tenga sentido $-\hat{k}$ (entrante a la hoja, para que la bola rote en sentido horario), el golpe del taco debe estar por encima del punto medio de la bola (me parece lógico, si quiero cambiar el sentido de la velocidad angular, en el producto vectorial $\vec{r} \times \vec{J}$ debo cambiar el sentido de \vec{r}). Digamos entonces que debo averiguar en qué punto "h" por encima de la línea central que pasa por el CM debo golpear a la bola. Para eso uso la velocidad angular hallada en la ecuación (ii)

Coloquios de Física I del año 2010

$$\vec{L}_f = \vec{r} \times \vec{J} \xrightarrow{\text{módulo}} \underbrace{\frac{2}{5} M R^2}_{I_{cm}} \cdot \underbrace{10 \frac{1}{\text{seg}}}_{\omega} = \underbrace{(M \cdot 0,3 \text{ m/seg})}_J \cdot \underbrace{h}_{r} \xrightarrow{\text{despejo}} h = 0,012 \text{ m}$$

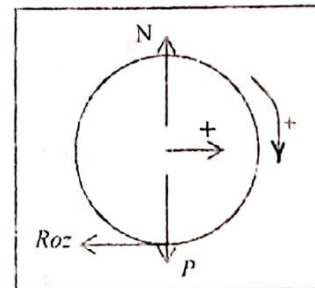
Es decir a 1,2 cm por encima de la línea media. Esto completa el primer punto.

a) como vimos en el punto anterior, el punto de contacto con el piso tiene velocidad y por lo tanto inmediatamente después de producido el impacto la bola se traslada sobre el paño deslizando por el mismo (sin rodar). Aparece entonces una fuerza de rozamiento en el punto de contacto, que tiende a frenar la bola y a cambiarle el sentido de giro (como dijimos, la velocidad angular dada en el golpe la hace rotar en sentido antihorario, y para que ruede necesitamos una velocidad angular horaria).

Así tenemos el siguiente diagrama de fuerzas para la bola cuando terminó el golpe y desliza sobre el paño.

Y las ecuaciones de Newton de rotación y traslación, para el sistema de referencia "solidario" indicado:

$$i) N - P = 0 \quad ii) -Roz = M \cdot a_{cm} \quad iii) Roz \cdot R = I \cdot \gamma$$



Usando que el rozamiento dinámico es " μN " y el momento de inercia:

$$ii) -\mu \dot{M} \cdot g = \dot{M} \cdot a_{cm} \quad iii) \mu \dot{M} \cdot g \cdot R = \frac{2}{5} \dot{M} \cdot R^2 \cdot \gamma$$

Ahora, de estas ecuaciones vamos a sacar la aceleración del centro de masa y la aceleración angular de la esfera.

OJO: no vale usar $a = \gamma R$ porque estamos analizando la etapa en que NO rueda.

De (ii) $a_{cm} = -0,98 \text{ m/s}^2$ y de (iii) $\gamma = \frac{5 \cdot \mu \cdot g}{2 \cdot R} \approx 81,6 \text{ 1/s}^2$

Entonces, ¿para qué queremos estas dos aceleraciones? La idea es ver cuánto tiempo deben actuar para que la v_{cm} y la ω lleguen a un valor que si cumpla la condición de rodadura. Para eso, vemos que el CM tiene una aceleración constante, por lo tanto hace un MRUV cuya ecuación de velocidad es:

$$v_{cm} = v_0 + a_{cm} \cdot t \rightarrow v_{cm} = 0,3 \text{ m/seg} - 0,98 \text{ m/seg}^2 \cdot t$$

Y para el giro, también tenemos una aceleración angular constante, por lo tanto vale:

$$\gamma = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \rightarrow \omega = \omega_0 + \gamma t \rightarrow \omega(t) = -16,6 \text{ 1/seg} + 81,6 \text{ 1/seg}^2 \cdot t$$

Ahora tenemos las dos funciones del tiempo: la que nos dice como va disminuyendo la v_{cm} por acción de la fuerza de rozamiento, y la que nos dice como va cambiando la velocidad angular por acción del momento de esa misma fuerza. Veamos para qué instante "t" se llega a la condición de rodadura $v_{cm} = \omega R$

$$v_{cm} = \omega R \rightarrow 0,3 \text{ m/seg} - 0,98 \text{ m/seg}^2 \cdot t = (-16,6 \text{ 1/seg} + 81,6 \text{ 1/seg}^2 \cdot t) \cdot 0,03 \text{ m}$$

Se despeja:

$$0,3 \text{ m/seg} - 0,98 \text{ m/seg}^2 \cdot t = -0,5 \text{ m/seg} + 2,45 \text{ m/seg}^2 \cdot t \rightarrow t = \frac{0,8 \text{ m/seg}}{3,43 \text{ m/seg}^2} \approx 0,233 \text{ seg}$$

Y la velocidad del CM en ese instante la obtenemos reemplazando en la del MRUV:

$$v_{cm} = 0,3 \text{ m/seg} - 0,98 \text{ m/seg}^2 \cdot 0,233 \text{ seg} \approx 0,0714 \text{ m/seg} \text{ ó } 7,14 \text{ cm/seg}$$

b) esto puede ser posible. Por ejemplo si tomo un cilindro que rota por un eje que pasa por su centro (como una polea fija); el cuerpo rígido tiene energía cinética de rotación a pesar de que el CM está sobre el eje fijo y por lo tanto permanece en reposo.

Ejercicio 3:

a) El sonido de la cuerda de la guitarra es uno de los casos de ondas estacionarias estudiado en la guía. Vimos que en esos casos los extremos fijos de la cuerda son nodos de la onda sonora que vibra en la cuerda y la onda producida tiene una longitud de onda λ que se relaciona con el largo de la cuerda mediante la expresión:

$$n \cdot \frac{\lambda}{2} = L \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

La fundamental es el caso $n = 1$, corresponde a la mayor longitud de onda y menor frecuencia. En nuestro caso: $\lambda_{fund} = 2 \cdot L = 1,6 \text{ m}$

Con este valor, y la frecuencia, podemos determinar la velocidad de propagación en la cuerda:

$$v_{prop} = \lambda \cdot f = 1,6 \text{ m} \cdot 250 \text{ hz} = 400 \text{ m/s}$$

Por otra parte, tenemos la densidad lineal de masa. La tensión en la cuerda la podemos sacar de la relación vista en la guía 6:

$$v_p = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \rightarrow T = (400 \text{ m/s})^2 \cdot 0,05 \text{ kg/m} = 8000 \text{ N}$$

Vimos en la guía que la onda estacionaria es del tipo: $y(x,t) = A \cdot \text{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t)$

Aclaro que en las funciones trigonométricas pueden aparecer ángulos de fase (como a mí me piden que escriba "alguna" expresión, los elegí nulos). Por lo mismo, también pueden aparecer cambiadas las funciones trigonométricas (un seno en lugar de un coseno, se trata sólo de un ángulo de fase de 90°). Pero lo importante es que tengan la parte espacial (la "x") separada de la temporal (la "t"). Para que sea compatible con las condiciones del problema, ponemos los valores de λ y f de nuestra fundamental:

$$y(x,t) = A \cdot \text{sen}\left(\frac{2\pi}{1,6 \text{ m}} \cdot x\right) \cdot \cos(2\pi \cdot 250 \text{ hz} \cdot t)$$

Observar que para $x = 0$ y $x = 0,8 \text{ m}$ el seno se anula (da $\text{sen}(0)$ y $\text{sen}(\pi)$, y ambos son nulos). Eso nos muestra que la expresión escrita da perturbación " $y = 0$ " en los extremos de la cuerda (los nodos) para todo instante " t ".

b) esta onda pasa al aire con la misma frecuencia, pero al cambiar el medio cambia también la velocidad de propagación y por lo tanto la longitud de onda. Así, la longitud de onda en el aire es:

$$v_{prop} = \lambda \cdot f \rightarrow 330 \text{ m/s} = \lambda_{aire} \cdot 250 \text{ hz} \rightarrow \lambda_{aire} = 1,32 \text{ m}$$

e) el fenómeno de batido se produce porque el diapason tiene una frecuencia muy próxima a la frecuencia del sonido producido por la cuerda. Vimos en el cuadernillo 7 que la cantidad de batidos es igual a la diferencia entre la frecuencia del diapason y de la cuerda. Como esa diferencia es en módulo, no podemos saber cual de las dos frecuencias es mayor, sólo sé que entre la frecuencia del diapason y la frecuencia del sonido de la cuerda hay 5 hz de diferencia. Por lo tanto debemos decir que la frecuencia del diapason puede ser 255 o 245 hz.

Ejercicio 4:

a1) Vamos a usar las fórmulas y "convenciones de signos" que dimos en el cuadernillo 10 para las lentes delgadas:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{1}{f_o} \quad A = \frac{y'}{y} = \frac{x'}{x}$$

Si el objeto es real y se ubica a 20 cm de la lente entonces $x = +20 \text{ cm}$. Como también nos dice el enunciado, la imagen es tres veces mayor (eso nos dice que el módulo del aumento es 3, no sabemos si la imagen está derecha o invertida). Pero como la imagen es virtual, en nuestra convención de signos tenemos $x' > 0$ (recordemos, para que sea virtual en las lentes debo prolongar los rayos emergentes hacia el lado izquierdo, donde se encuentra el objeto). Así:

$$|A| = 3 \rightarrow \left| \frac{x'}{x} \right| = 3 \rightarrow |x'| = 3.(+20 \text{ cm}) = 60 \text{ cm} \rightarrow x' = +60 \text{ cm}$$

En la fórmula:

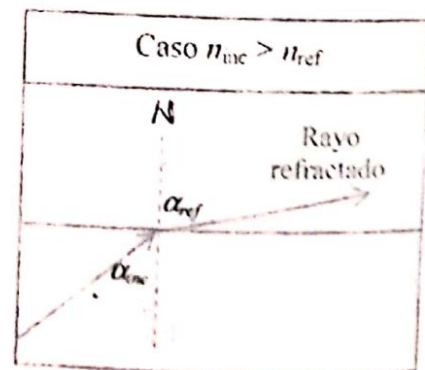
$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{1}{f_o} \rightarrow \frac{1}{+20 \text{ cm}} - \frac{1}{60 \text{ cm}} = \frac{1}{f_o} \rightarrow f_o = +30 \text{ cm}$$

Como dio positivo, se trata de una lente convergente de 30 cm de distancia focal. Si hay tiempo puedo verificar lo encontrado con un trazado de rayos: pongo un objeto en $x = 20 \text{ cm}$ para una lente de este tipo y debe dar una imagen virtual (del mismo lado del objeto) y tres veces mayor.

a2) cuando un rayo de luz incide sobre una superficie que separa dos medios ópticos distintos en parte se refleja (vuelve al medio incidente) y en parte se refracta (cruza la superficie y sigue su camino). Para este segundo rayo se tiene que la dirección en que se propaga es distinta a la del rayo incidente, y viene dada por la ley de Snell:

$$n_{inc} \cdot \text{sen}(\alpha_{inc}) = n_{ref} \cdot \text{sen}(\alpha_{ref})$$

Donde los ángulos se miden con respecto a la normal a la superficie de separación. Cuando $n_{inc} > n_{ref}$ esta ley nos dice que el rayo tiende a separarse de la normal, como en el caso del dibujo.



Coloquios de Física I del año 2010

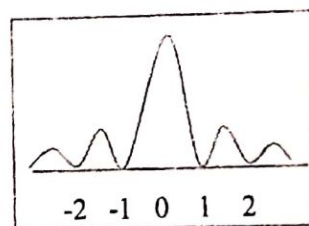
Para esos casos se llega a un ángulo de incidencia límite para el cual el rayo refractado sale formando un ángulo de 90° (es decir sale tangente a la superficie). Para ángulos de incidencia mayores al valor límite, el rayo no puede refractarse y entonces debe reflejarse por completo. Eso se llama reflexión total. La condición, queda dicho, es que $n_{inc} > n_{ref}$ y el ángulo límite es:

$$n_{inc} \cdot \text{sen}(\alpha_{lim}) = n_{ref} \cdot \text{sen}(90^\circ) \xrightarrow{\text{despejo}} \alpha_{lim} = \text{arcsen}\left(\frac{n_{ref}}{n_{inc}}\right)$$

Si se quiere, y hay tiempo, se puede contar algo sobre la aplicación de esta propiedad (por ejemplo hablar de las fibras ópticas).

b.) La fisura en la superficie hace el papel de ranura. Al incidir luz monocromática se obtiene en la pantalla una figura de difracción.

El punto central es un máximo, y se extiende hasta la aparición de los dos primeros mínimos ($n = \pm 1$). Si el ancho del máximo central es 4 mm , eso nos indica que el primer mínimo sobre la pantalla aparece en la posición 2 mm (medido desde el centro O, como corresponde)



Vimos que la expresión para ubicar los mínimos del patrón de difracción viene dado por:

$$\frac{x_{min}}{f} = \frac{n \cdot \lambda}{b} \xrightarrow{\text{reemplazo}} \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{1 \text{ m}} = \frac{1 \cdot 500 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{b} \xrightarrow{\text{despejo}} b = 2,5 \times 10^{-4} \text{ m}$$

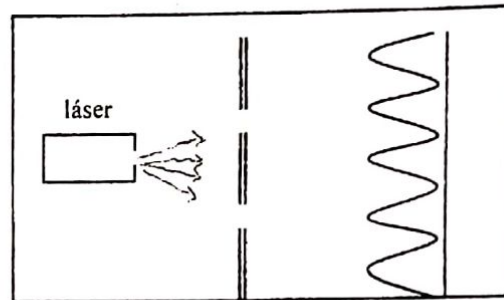
Es decir que la fisura en el material tiene un ancho de $0,25 \text{ mm}$.

b.) la experiencia de Young consiste en hacer interferir dos haces de luz monocromática sobre una pantalla. En condiciones adecuadas se observa una serie alternada de líneas luminosas y oscuras del mismo ancho. La condición fundamental para poder observar un patrón de interferencia en la pantalla es tener coherencia en las fuentes. Para eso necesito que los rayos de luz garanticen en cada punto de la pantalla una diferencia de fase constante, y eso es imposible de lograr cuando se usan dos fuentes de luz distintas. Por eso Young usó una sola fuente, y dividió el rayo haciéndolo pasar por dos ranuras idénticas realizadas en una superficie. Para esa situación, el punto central de la figura muestra un máximo (ambos rayos llegan a ese punto habiendo hecho caminos de igual longitud). A la derecha y a la izquierda aparecen otras franjas luminosas,

ubicadas en aquellos lugares de la pantalla donde la diferencia de camino fuera un múltiplo entero de la longitud de onda.

Decimos que este experimento demuestra la naturaleza ondulatoria de la luz, porque la interferencia es un fenómeno característico de las ondas. En efecto, si la pantalla fuera un detector de pelotitas, y en lugar de un láser tuviera una metralleta de pelotitas, entonces en la pantalla siempre veríamos una suma de efectos.

Por ejemplo, si con la ranura de arriba tapada, a un punto P de la pantalla llegaran 2 pelotitas por segundo, y si con la de abajo tapada llegara al mismo punto 5 pelotitas por segundo, entonces con las dos ranuras abiertas llegarían 7 pelotitas por segundo.



Eso no pasa con las ondas, si llegan desfasadas en media longitud de onda, interfieren destructivamente y es como que a ese punto no llega nada de luz.

Cuando se aumenta el número de rendijas aumenta la luz que llega a cada máximo, pero no se corren en la pantalla. Y entre esos máximos aparecen otros máximos (llamados secundarios) en número $n - 2$ (n es el número de rendijas) de mucha menor intensidad. Además, también aumenta la cantidad de mínimos o franjas oscuras (son $n - 1$). Por lo que el ancho de los máximos principales se hace más delgado. En el caso de muchas ranuras (por ejemplo una red) mostramos el gráfico y su modificación en la página 21 y 22.

Mi opinión es que los puntos de teoría que uno maneja hay que poner todo lo posible. Pero la experiencia dice que el tiempo suele ser escaso, porque los ejercicios prácticos demoran bastante. Pero, en fin, te dejo como consejo que leas el examen cuando empieces, y si ves puntos teóricos conocidos los contestes de entrada. Los alumnos suelen ir del primer ejercicio al último por orden. Se traban en algo y terminan por no contestar los puntos teóricos del examen.

*Todos los derechos reservados bajo
los alcances de la ley 11723*

Física I

Tres integradores del año 2016

Con los temas: Cuerpo Rígido - Hidrodinámica -
Superposición de ondas - Ondas estacionarias - Óptica:
lentes delgadas y dioptras - Interferencia y difracción



TEMA 1

07/07/16

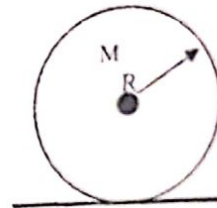
FÍSICA I - 6201 - EVALUACIÓN INTEGRADORA

- JUSTIFICAR DETALLADAMENTE PROCEDIMIENTOS Y ANALIZAR RESULTADOS.
- NO TRABAJAR EN LAPIZ NI USAR TINTA ROJA.

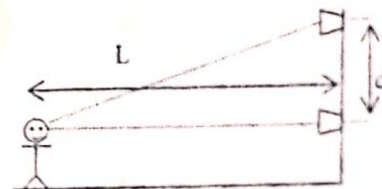
APELLIDO Y NOMBRES (en todas las hojas):									
PADRÓN:									
OPORTUNIDAD:									
CURSO DOCENTE:									
NÚMERO DE HOJAS ENTREGADAS:									
1.a	1.b		2.a	2.b	3.a	3.b	4.a	4.b ₁	4.b ₂

- 1-a) Encontrar la relación entre la energía cinética total con respecto al laboratorio y con respecto al CM, para un sistema de dos partículas, si se conocen sus masas y sus velocidades respecto al sistema laboratorio.
- 1-b) Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando las respuestas a partir de las leyes fundamentales de la dinámica y de los teoremas de conservación o dando un contraejemplo si son falsas.
- 1-b-1) El momento cinético de una partícula que se mueve con una cuerda ideal como péndulo cónico respecto al centro de su trayectoria circular es constante.
- 1-b-2) Para un sistema de partículas, el trabajo neto de las fuerzas interiores es siempre igual a cero.
- 1-b-3) Para un sistema masa-resorte el trabajo de la fuerza elástica entre la posición de equilibrio y el punto x de apartamiento respecto de la posición de equilibrio es igual a $1/2.k.x^2$.

- 2) Una esfera de masa M y radio R , que se encuentra girando con Ω_0 , se deja sobre el piso con velocidad inicial del centro de masa nula. Si el coeficiente de rozamiento entre la esfera y el piso vale μ , se solicita ($I_G = 2/5 MR^2$)
- a) ¿Cuánto tiempo transcurre hasta que la esfera rueda sin deslizar?
- b) Determinar la energía cinética de la esfera cuando deja de deslizar.



- 3) Dos altavoces se excitan mediante el mismo oscilador de frecuencia f , están localizados sobre un poste vertical a una distancia d uno del otro. Un hombre camina hacia uno de los altavoces en una dirección perpendicular al poste como indica la figura.



- a) ¿Qué condiciones deben cumplir dos frentes de onda si se desean observar máximos y mínimos de interferencia, debido a su superposición?
- b) ¿A qué distancia L mínima se encuentra él del poste, si percibe un mínimo de intensidad? Considerar V la velocidad del sonido (aire en reposo) y no considerar la reflexión del sonido proveniente del piso

- 4-a) Una barra transparente de 40 cm de longitud e índice de refracción 1,5 tiene un extremo plano y otro está limitado por una superficie esférica cóncava de radio 12 cm. Un objeto está ubicado sobre el eje de la barra a 10 cm del extremo curvo ¿Cuál es la posición de la imagen? Resolver analítica y gráficamente, indicando convención adoptada.

- 4-b) Sobre el dispositivo de Young incide luz monocromática con una longitud de onda de $\lambda_0 = 450$ nm. La distancia de las rendijas a la pantalla es de 3 m.
- b-1) Realizar un esquema del dispositivo y el posible espectro de interferencia pura ¿Qué separación tienen las ranuras si el máximo de orden 4 se encuentra a una posición de $Y = 2,25$ mm sobre la pantalla?
- b-2) Existe alguna otra longitud de onda en el vacío, dentro del visible, para la cual se produzcan máximos a esa altura?

Ejercicio 1-a:

1-a) consideremos dos partículas, la velocidad del CM se define como $v_{CM} = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$

Esta velocidad puede calcularse para el sistema fijo al Laboratorio: $v_{CM,L} = \frac{m_1 \cdot v_{1,L} + m_2 \cdot v_{2,L}}{m_1 + m_2}$

O bien para el sistema fijo al CM: $v_{CM,CM} = \frac{m_1 \cdot v_{1,CM} + m_2 \cdot v_{2,CM}}{m_1 + m_2}$

Pero, hay algo que es evidente: ¿cuánto vale la velocidad del CM, en el sistema fijo al CM? Es una pregunta redundante, evidentemente es cero, desde el sistema fijo al CM, por definición, el CM está quieto. Esa observación nos permite sacar una relación entre las velocidades de las dos partículas en el sistema fijo al CM:

$$v_{CM,CM} = \frac{m_1 \cdot v_{1,CM} + m_2 \cdot v_{2,CM}}{m_1 + m_2} = 0 \rightarrow \boxed{m_1 \cdot v_{1,CM} + m_2 \cdot v_{2,CM} = 0}$$

Bueno, arranquemos con lo que debemos demostrar. En primer lugar, vamos a escribir la relación entre las velocidades observadas desde L y desde CM para las partículas. Son el resultado de aplicar las Transformaciones de Galileo para el Movimiento relativo:

$$v_{1,L} = v_{1,CM} + v_{CM,L} (\heartsuit)$$

La energía cinética de la partícula vista desde el sistema L se calcula con esta velocidad (así como la vista desde el CM se calcula con $v_{1,CM}$). Es decir, debo hacer:

$$E_{1,L} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot (v_{1,L})^2 \xrightarrow{(\heartsuit)} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot (v_{1,CM} + v_{CM,L})^2 \xrightarrow{\text{binomio}}$$

$$E_{1,L} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot (v_{1,CM})^2 + \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot (v_{CM,L})^2 + m_1 \cdot v_{1,CM} \cdot v_{CM,L}$$

Observar que el primero de los términos de la derecha es la energía cinética de la partícula 1, pero desde el sistema CM. Podemos poner:

$$E_{1,L} = E_{1,CM} + \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot (v_{CM,L})^2 + m_1 \cdot v_{1,CM} \cdot v_{CM,L} \quad (1)$$

Otro tanto podemos hacer para la partícula dos. El razonamiento es idéntico, basta cambiar el subíndice:

$$E_{2,L} = E_{2,CM} + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot (v_{CM,L})^2 + m_2 \cdot v_{2,CM} \cdot v_{CM,L} \quad (2)$$

La energía cinética del sistema de partículas es la suma de ambas. Si sumo las dos expresiones aparecen en el lado izquierdo el total de energía cinética desde L, y en la derecha el total pero desde CM, más otros términos:

$$E_{sist,L} = E_{sist,CM} + \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot (v_{CM,L})^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot (v_{CM,L})^2 + m_1 \cdot v_{1,CM} \cdot v_{CM,L} + m_2 \cdot v_{2,CM} \cdot v_{CM,L}$$

Basta sacar factor común:

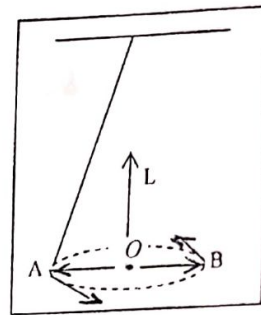
$$E_{sist,L} = E_{sist,CM} + \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot (v_{CM,L})^2 + \overbrace{(m_1 \cdot v_{1,CM} + m_2 \cdot v_{2,CM})}^{=0} \cdot v_{CM,L}$$

Donde el paréntesis se anula por la observación que recuadramos en la página anterior. Nos queda que la relación pedida se puede poner como:

$$E_{sist,L} = E_{sist,CM} + \frac{1}{2} \cdot \overbrace{(m_1 + m_2)}^{m_{total}} \cdot (v_{CM,L})^2$$

La interpretación de la expresión es la siguiente: el primer término de la derecha es la energía cinética del sistema desde el sistema fijo al CM. A eso se suma otro término que tiene que ver con el movimiento del CM visto desde el Laboratorio, que se puede pensar como la E_{cin} de un único cuerpo puntual con la masa total moviéndose como lo hace el CM visto desde el Laboratorio.

1-b-1) Es verdadera. El péndulo cónico es aquel que se mueve a una altura constante, en una trayectoria que es una circunferencia. Aunque el módulo de la velocidad sea constante, el momento cinético angular respecto al centro de dicha circunferencia no cambia.



En la cuenta para el punto A tengo: $\vec{L}_A = \vec{r}_A \times m \cdot \vec{v}_A$

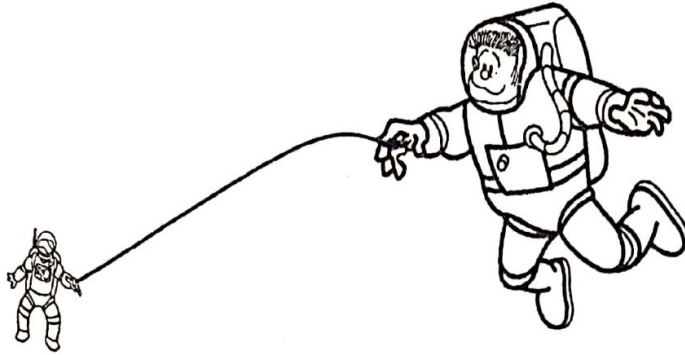
Y para el punto B tengo $\vec{L}_B = \vec{r}_B \times m \cdot \vec{v}_B$

Los vectores r, v multiplicados son iguales en módulo, y también m lo es. Y en cuanto a la dirección y sentido, observemos que ambos \vec{r} y \vec{v} cambian de sentido. Pero el producto vectorial, termina dando el mismo sentido (vertical hacia arriba, según la regla de la mano derecha). Como los puntos A y B son arbitrarios, entonces en todo punto L toma el mismo valor y apunta en el mismo sentido.

Una explicación alternativa a la anterior consiste en usar la ley de Newton de momentos: $\vec{M}_{res} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

La resultante de fuerzas, por ser un Movimiento circular uniforme, apunta hacia O (el centro de la circunferencia). En conclusión, respecto a ese punto, el momento es cero, porque la resultante y \vec{r} están siempre alineados. Y si el momento es siempre cero, L se mantiene constante.

1-b-2) Esta es falsa. Podemos poner un contra-ejemplo: si tomamos dos astronautas unidos por un cable y aislados en el espacio (o sea suficientemente alejados de cuerpos celestes como para poder despreciar las fuerzas de cualquier tipo que reciben del exterior al sistema).



Supongamos que ambos toman el cable, tiran del mismo y van recogiendo de forma que se acercan uno al otro. Sobre ambos aparece una fuerza “interna” que es la tensión del cable. Esa fuerza hace trabajo positivo sobre ambos protagonistas, porque tiene el mismo sentido que el movimiento de cada uno, para ambos el movimiento y la fuerza se dirigen “en el sentido hacia el otro astronauta”. Ese trabajo positivo determina un aumento de la energía (cinética en este caso).

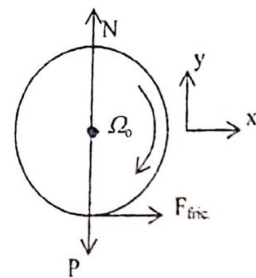
Hay muchos ejemplos posibles, cuando nos frotamos las manos en un día de frío, la fricción entre ellas es una fuerza interna, cuyo trabajo es negativo. La pérdida de energía mecánica (cinética, por el movimiento de las manos) se convierte en calor.

1-b-3) Es falsa, porque tenemos una diferencia de signo. Vimos en la guía que el trabajo de la fuerza elástica es **menos** la variación de energía potencial elástica. Como salimos de la posición de equilibrio del resorte, la situación inicial tiene energía cero. Al apartarlo:

$$W^{F.elást.} = - (E_{elást.f} - \overbrace{E_{elást,i}}^{=0}) \rightarrow W^{F.elást.} = -\frac{1}{2} . k . x^2$$

Ejercicio 2:

Hago un diagrama de cuerpo libre de la esfera, desde el momento en que es apoyado sobre el piso, tomando que la velocidad de rotación inicial Ω_0 tiene el sentido horario. Hay dos fuerzas conocidas (la normal y el peso), y en el punto de contacto está la de rozamiento o fricción. El sentido que le doy en el dibujo tiene que ver con que la lógica me dice que al apoyar la esfera sobre el piso, en el punto de contacto vamos a tener que el punto de la esfera tiende a girar en sentido horario, y la fricción con el piso tiende en sentido contrario.



Ese sentido del que hablamos guarda lógica con lo que sabemos que pasa, para que en algún momento se establezca la condición de rodadura, necesitamos que el CM de la esfera tome velocidad hacia la

derecha, y el giro se aminore, disminuyendo la velocidad angular. Esas dos cosas se logran con el sentido que le pusimos a la fricción, es la única que puede acelerar al CM hacia la derecha, y hacer un momento antihorario respecto al CM.

Las ecuaciones asociadas a ese diagrama dicen que:
$$\begin{cases} x) F_{fric.} = M \cdot a_{cm} \\ y) N - P = 0 \end{cases}$$

Mientras que la ecuación de momentos nos dice que: $z) R \cdot F_{fric.} = I \cdot \gamma$

Donde el eje z es el saliente de la hoja (corresponde al giro antihorario). Tomando en cuenta que la fricción es dinámica, saco la Normal y despejo la aceleración del CM de la ecuación del eje x):

$$F_{fric.} = M \cdot a_{cm} \xrightarrow{N=M \cdot g} a_{cm} = \mu \cdot g$$

De la ecuación de momentos, despejo la aceleración angular:

$$R \cdot F_{fric.} = I \cdot \gamma \xrightarrow{I = \frac{2}{5} M \cdot R^2} R \cdot \overbrace{(\mu \cdot M \cdot g)}^{F_{fric.} = \mu \cdot N} = \frac{2}{5} M \cdot R^2 \cdot \gamma \rightarrow \gamma = \frac{5}{2} \cdot \frac{\mu \cdot g}{R}$$

Ahora vamos a razonar cómo sigue esto: ya que nos piden un tiempo, voy a plantear la cinemática con estas aceleraciones. Pero eso debemos hacerlo hasta que llegemos a la situación de rodadura. Recordemos que tal condición significa que la velocidad en el punto de contacto P es nula, y eso pasa cuando

$$v_P = v_{cm} + \omega \wedge R = 0 \quad (\clubsuit)$$

Es decir cuando la velocidad de traslación del CM compensa la velocidad de rotación respecto al CM, en el punto P de contacto con el piso. Esta consigna la puedo usar para despejar el tiempo, teniendo cuidado con los signos. Empiezo por la traslación del CM: se trata de un movimiento MRUV, con la aceleración constante hallada, y que empieza desde el reposo.

$$v_{cm} = \overbrace{v_0}^{=0} + a_{cm} \cdot t \xrightarrow{\text{reemplazo}} v_{cm} = +\mu \cdot g \cdot t \quad \vec{i}$$

Ahora vamos por la ecuación de rotación de la esfera. Tenemos un movimiento circular variado, cuya aceleración γ es la que ya sacamos. Tengamos en cuenta que la velocidad inicial de la rotación es dato del problema " Ω_0 " y como es en sentido horario, le corresponde el sentido negativo del eje z :

$$\omega = \overbrace{\omega_0}^{-\Omega_0} + \gamma \cdot t \xrightarrow{\text{reemplazo}} \omega = -\Omega_0 + \frac{5}{2} \cdot \frac{\mu \cdot g}{R} \cdot t \quad \vec{k}$$

Acá notamos lo que habíamos dicho, la aceleración angular es opuesta a la velocidad inicial de giro, lo cual lleva a que la esfera vaya girando cada vez más lentamente. Eso, acompañado con el aumento de la velocidad del CM, lleva a que en algún momento se cumpla la condición de rodadura. En (\clubsuit)

$$v_P = \overbrace{\left(-\Omega_0 + \frac{5}{2} \cdot \frac{\mu \cdot g}{R} \cdot t \right) \vec{k}}^{\omega} \wedge \overbrace{(-R \cdot \vec{j})}^{\vec{r}} + \overbrace{(\mu \cdot g \cdot t \vec{i})}^{v_{cm}} = 0$$

De esta ecuación debo sacar el tiempo hasta que se llega a la condición de rodadura. El producto vectorial es sencillo, basta multiplicar las expresiones y usar que el sentido es el dado por la regla de la mano derecha: del eje z saliente a la hoja hacia el sentido opuesto al eje y, nos queda en el sentido del eje x.

$$v_P = \left(-\Omega_0 + \frac{5}{2} \cdot \frac{\mu \cdot g}{R} \cdot t\right) \cdot R \cdot \vec{i} + \mu \cdot g \cdot t \cdot \vec{i} = 0 \quad \xrightarrow{\text{opero}} \quad \frac{5}{2} \cdot \frac{\mu \cdot g}{R} \cdot R \cdot t + \mu \cdot g \cdot t = \Omega_0 \cdot R$$

Y despejo:

$$\frac{7}{2} \cdot \mu \cdot g \cdot t = \Omega_0 \cdot R \quad \rightarrow \quad t = \frac{2}{7} \cdot \frac{\Omega_0 \cdot R}{\mu \cdot g}$$

Aunque no lo piden, quiero hacer notar que en cuanto se llega a la condición de rodadura, automáticamente desaparece la fuerza de fricción con el piso, ya que el punto P tiene velocidad nula. A partir de ese momento el CM deja de acelerar, (la velocidad se mantiene constante) y la velocidad angular deja de disminuir, sosteniendo esa condición de rodadura en el tiempo. Esto porque al desaparecer la fricción, ya no hay resultante ni momento neto para la esfera.

b) sabiendo el tiempo, basta que vayamos a las expresiones de las velocidades para encontrar tanto la velocidad final del CM como la de rotación:

$$v_{cm} = +\mu \cdot g \cdot t \cdot \vec{i} \quad \xrightarrow{t_f} \quad v_f = \frac{2}{7} \cdot \Omega_0 \cdot R \cdot \vec{i}$$

$$\omega = -\Omega_0 + \frac{5}{2} \cdot \frac{\mu \cdot g}{R} \cdot t \cdot \vec{k} \quad \xrightarrow{t_f} \quad \omega_f = -\Omega_0 + \frac{5}{2} \cdot \frac{\mu \cdot g}{R} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{\Omega_0 \cdot R}{\mu \cdot g} = -\frac{2}{7} \cdot \Omega_0 \cdot \vec{k}$$

Esta última expresión podía sacarse con la condición de rodadura ($w = v \cdot R$, con la v hallada arriba).

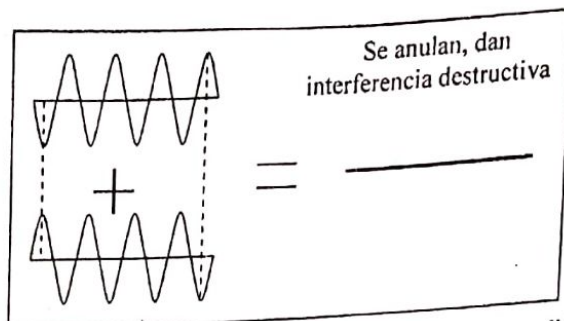
Así, en la expresión de la energía cinética del rígido:

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} \cdot M \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot M \cdot R^2 \cdot \left(\frac{2}{7} \cdot \Omega_0\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot M \cdot \left(\frac{2}{7} \cdot \Omega_0 \cdot R\right)^2 = \frac{2}{35} \cdot M \cdot R^2 \cdot \Omega_0^2$$

Ejercicio 3:

a) esta pregunta es de teoría. La condición que deben cumplir para que se puedan observar máximos y mínimos de interferencia es la de que las fuentes tienen que ser "coherentes": no sólo deben emitir con la misma frecuencia, también deben hacerlo manteniendo una diferencia de fase fija. Eso garantiza que en algunos puntos del espacio haya interferencia constructiva y en otros destructiva. Cuando la condición de la diferencia de fase no se cumple, los puntos del espacio donde la superposición es constructiva y destructiva cambian aleatoriamente con el tiempo, y el fenómeno de interferencia no puede ser observado.

b) los mínimos ocurren cuando la diferencia de camino entre las dos fuentes hasta la persona es un múltiplo impar de media longitud de onda. De esa forma, la suma de las ondas "coherentes" siempre da cero, porque cuando una de las ondas toma cierto valor la otra siempre toma el valor simétrico negativo. Es como sumar dos "sinusoides" con un desfase de 180°

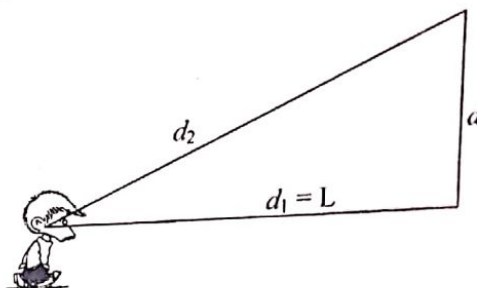


El camino recorrido desde cada altavoz hasta llegar al oído de la persona es diferente. En el caso del altavoz inferior es directamente L , en el caso del altavoz superior es la diagonal de un triángulo cuyos catetos son d y L .

$$\begin{cases} d_1 = L \\ d_2 = \sqrt{L^2 + d^2} \end{cases} \rightarrow \Delta d = \sqrt{L^2 + d^2} - L$$

Igualo esta diferencia de camino a un múltiplo impar de media longitud de onda:

$$\Delta d = \frac{2n+1}{2} \cdot \lambda \quad (n = 0, 1, 2 \dots N) \quad (*)$$



La distancia L es la mínima posible cuando la diferencia de camino Δd es exactamente media longitud de onda (caso $n = 0$). En efecto, a medida que n crece, tal como se observa la expresión (*), la diferencia de caminos Δd aumenta, y eso implica un crecimiento en L . Esto nos dice que no existe una única posición donde hay interferencia destructiva, para puntos más alejados del poste esa interferencia se da en puntos donde la diferencia de caminos es $\frac{3}{2} \cdot \lambda$, $\frac{5}{2} \cdot \lambda$ y así siguiendo mientras nos alejamos. Juntamos esto e igualamos

$$\Delta d = \frac{2n+1}{2} \cdot \lambda \xrightarrow{L_{min} \rightarrow n=0} \sqrt{L^2 + d^2} - L = \frac{1}{2} \cdot \lambda$$

Y de aquí despejamos L . Con un poco de trabajo algebraico:

$$\sqrt{L^2 + d^2} = \frac{1}{2} \cdot \lambda + L \rightarrow L^2 + d^2 = \left(\frac{1}{2} \cdot \lambda + L\right)^2 \rightarrow L^2 + d^2 = \frac{1}{4} \lambda^2 + \lambda L + L^2$$

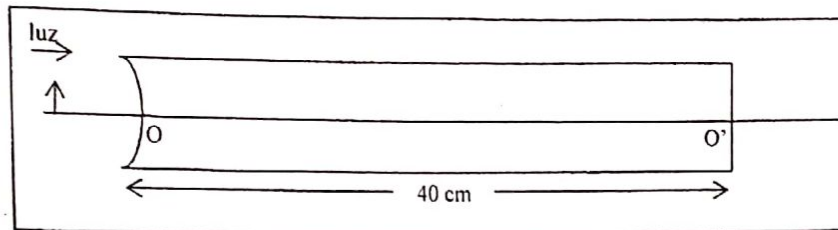
$$\lambda L = d^2 - \frac{1}{4} \lambda^2 \rightarrow L = \frac{d^2}{\lambda} - \frac{1}{4} \lambda$$

Esta es la distancia mínima de la que habla el enunciado. Nos falta cambiar la "frecuencia" del oscilador por la longitud de onda que pusimos en la expresión. Usando la velocidad de propagación de la onda en el aire:

$$v = \lambda \cdot f \rightarrow L = \frac{d^2}{v} \cdot f = \frac{v}{4 \cdot f}$$

Ejercicio 4-a):

El dibujo ilustra la situación que nos plantea el problema, con la barra transparente que tiene un extremo cóncavo y otro plano. Ubicado a 10 cm por delante del lado cóncavo tenemos un objeto.



Entonces, primero sacamos la imagen dada por la primera dioptra. Como la cara es cóncava, su radio es positivo según nuestra convención de signos (usamos la sugerida por la cátedra, vista en la guía): la luz proviene de la izquierda, todo lo que se ubica a la izquierda de la dioptra es positivo. En particular, el radio es positivo porque al ser cóncava el centro de curvatura de la dioptra se ubica del lado izquierdo de la misma. Nos queda:

$$\frac{n_2}{x'} - \frac{n_1}{x} = \frac{n_2 - n_1}{R} \rightarrow \frac{1,5}{x'} - \frac{1}{(+10 \text{ cm})} = \frac{0,5}{(+12 \text{ cm})} \xrightarrow{\text{despejo}} x' \approx 10,6 \text{ cm}$$

Es decir que se forma a 10,6 cm a la izquierda (porque x' dio positiva) de la dioptra cóncava.

El aumento para esta refracción en la dioptra cóncava nos da: $A = \frac{n_1 \cdot x'}{n_2 \cdot x} \approx 0,71$

Es decir, la imagen es ligeramente menor, y como dio positiva, es derecha.

Para la segunda refracción, es una dioptra plana, con un objeto que está ubicado en el lugar donde se formó la imagen de la dioptra anterior. Como la distancia debo medirla hasta la dioptra plana (hasta O') hay que sumarle los 40 cm del largo de la barra al resultado anterior: $x \approx +50,6 \text{ cm}$

Y ahora, usamos la fórmula para la dioptra plana (que es la misma de la esférica, tomando $R \rightarrow \infty$)

$$\frac{n_2}{x'} = \frac{n_1}{x} \rightarrow \frac{1}{x'} = \frac{1,5}{(+50,6 \text{ cm})} \xrightarrow{\text{despejo}} x' \approx +33,7 \text{ cm}$$

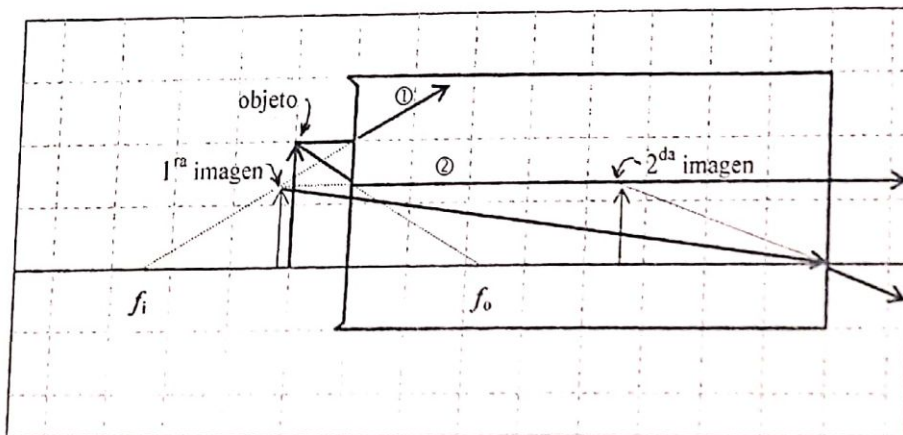
Observar la luz llega a la dioptra plana desde el vidrio, y se refracta al aire, por lo que se intercambian los valores de n_1 (ahora es el vidrio) y n_2 .

Nuevamente, por el signo esto significa a la izquierda de la cara plana. Observar que la 2^{da} imagen queda dentro de la barra. El aumento de esta refracción es 1 (lo vimos en la guía). Por lo tanto el aumento total es que viene dado en la primera refracción. Hacemos un trazado de rayos a escala.

Para eso determinamos los focos de la dioptra curva, tomando $x' \rightarrow \infty$ para determinar la posición del foco objeto, y $x \rightarrow \infty$ para determinar el foco imagen.

$$\frac{n_2}{x'} - \frac{n_1}{x} = \frac{n_2 - n_1}{R} \begin{cases} \xrightarrow{x' \rightarrow \infty} x = f_o = -\frac{n_1 \cdot R}{n_2 - n_1} = -24 \text{ cm} \\ \xrightarrow{x \rightarrow \infty} x' = f_i = \frac{n_2 \cdot R}{n_2 - n_1} = +36 \text{ cm} \end{cases}$$

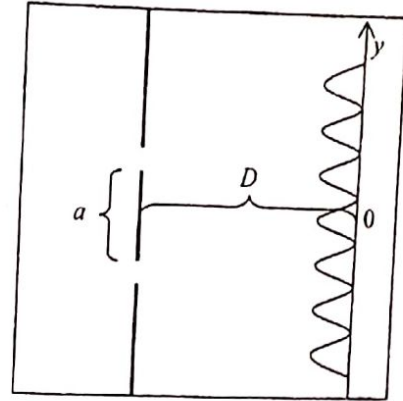
Por la convención de signos se encuentran a la izquierda y derecha de la dioptra, respectivamente. Entonces, trazamos de la siguiente manera. Para la primera refracción en la cara curva, un rayo que sale paralelo, refracta de manera que su prolongación pase por el foco imagen. Y otro que sale en la dirección del foco objeto, refracta paralelo al eje (rayos ① y ②). Hay un tercer rayo, el que pasa por el centro de curvatura, que no lo hice por claridad en el dibujo. Porque además necesitaría agrandar la altura del dibujo de la barra, ya que el objeto está muy cerca del centro de curvatura. Para la segunda imagen, en la dioptra plana, continúe el rayo que emerge de la cara curva paralelo al eje, como incide normal no se desvía en la cara plana. Y el rayo que sale de la 1^{ra} imagen y pasa por el origen de la dioptra plana, lo desvié según la ley de Snell. Nuevamente, debí buscar la intersección prolongando los rayos emergentes.



Ejercicio 4-b:

En la experiencia de Young de la doble rendija, la ubicación de los máximos de interferencia que se observan sobre la pantalla vienen dados por la expresión:

$$y_{\text{máx}} = \frac{n \cdot D}{a} \cdot \lambda \quad (n \in \mathbb{N})$$



Donde a es la separación entre rendijas, D es la distancia de las rendijas a la pantalla, λ es la longitud de onda de la luz con que se ilumina el dispositivo, y n es el orden del máximo. En este caso tenemos los datos para reemplazar directo y despejar la separación a :

$$y_{\text{máx}} = \frac{n \cdot D}{a} \cdot \lambda \rightarrow 2,25 \cdot 10^{-3} \text{ m} = \frac{4 \cdot 3 \text{ m}}{a} \cdot 450 \cdot 10^{-9} \text{ m} \rightarrow a = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 2,4 \text{ mm}$$

b-2) para la misma posición "y" en la pantalla, vamos a buscar otras longitudes de onda que den un máximo para el mismo dispositivo. Pero, además de permitirnos cambiar la longitud de onda, se debe cambiar el orden n . Es decir, nos piden que evaluemos si existe otra longitud de onda en el espectro visible que de, para el mismo dispositivo (mismo a y D), un nuevo máximo. Pero eso no puede ser para el mismo n evidentemente. En el espectro visible tenemos las longitudes de onda que van del 390 nm al 750 nm. Volvemos a la expresión y despejemos el valor de λ para el cual obtenemos en la misma posición el tercer máximo:

$$y_{\text{máx}} = \frac{n \cdot D}{a} \cdot \lambda \rightarrow 2,25 \cdot 10^{-3} \text{ m} = \frac{3 \cdot 3 \text{ m}}{2,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \cdot \lambda \rightarrow \lambda = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 600 \text{ nm}$$

Este valor se encuentra dentro del espectro visible. En cambio, con $n = 2$ y $n = 5$ los valores de longitud de onda no corresponde a dicho espectro.

$$\lambda = \frac{a \cdot y_{\text{máx}}}{n \cdot D} = \frac{2,4 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 2,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{2 \cdot 3 \text{ m}} = 9 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 900 \text{ nm}$$

$$\lambda = \frac{a \cdot y_{\text{máx}}}{n \cdot D} = \frac{2,4 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 2,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{5 \cdot 3 \text{ m}} = 3,6 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 360 \text{ nm}$$

Contestamos que para la misma posición en la pantalla se encuentra el máximo de 3^{er} orden de la luz de longitud de onda correspondiente a 600 nm.

TEMA 2

FÍSICA I - 6201 - EVALUACIÓN INTEGRADORA

- JUSTIFICAR DETALLADAMENTE PROCEDIMIENTOS Y ANALIZAR RESULTADOS.
- NO TRABAJAR EN LAPIZ NI USAR TINTA ROJA.

APELLIDO Y NOMBRES (en todas las hojas):

PADRÓN:

OPORTUNIDAD:

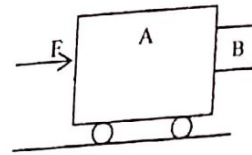
CURSO DOCENTE:

NÚMERO DE HOJAS ENTREGADAS:

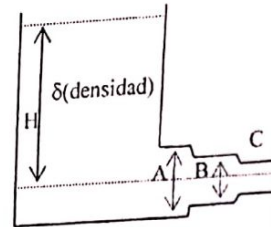
1.a		1.b		2.a		2.b		3.a		3.b		4.a		4.b	

1-a) Un carrito de masa m_A se mueve sobre una vía horizontal sin roce. Entre la superficie del carrito y el bloque de masa m_B existe rozamiento de coeficiente estático μ_E y dinámico μ_D . Se solicita:

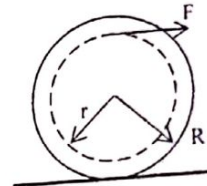
- 1.a.1) Realizar el DCL para el bloque y para el carro ¿Qué F mínima debe tener el carrito A para que el bloque B no deslice sobre el carrito? (Indique SR y SC).
 1.a.2) Obtener la ΔE_C para el bloque B en función del tiempo, si se aplica la fuerza hallada en 1.a.1)



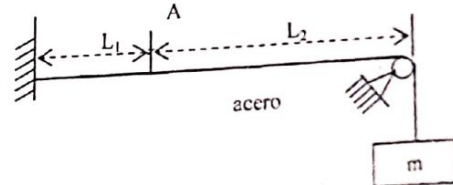
1.b) Desde un tanque contenedor (de gran superficie) fluye continuamente un fluido ideal de densidad δ . La sección transversal de la cañería en el punto A es S_A , en el punto B es S_B y en la línea de salida es S_C . Despreciando viscosidad y turbulencias, justificando las respuestas, se solicita: 1.b.1) calcular la altura "h" para que la rapidez en "A" sea V_A . 1.b.2) Hallar la diferencia de presión entre los puntos B y C.



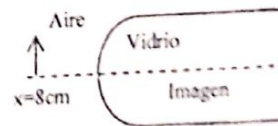
2) Un carrete de alambre de masa M y radio R , se desenrolla bajo la acción de una fuerza F . Si el carrete se puede considerar como un cilindro sólido homogéneo que rueda sin deslizar y la ranura desde donde se desenvuelve el alambre posee radio r ($0 < r < R$). Hallar: a) aceleración angular b) el momento cinético o angular del carrete respecto del centro de masa, si parte del reposo, en función del tiempo. $I_{CM} = 1/2MR^2$



3) Un alambre de acero de longitud $L_1 = 40$ [cm] y área de sección transversal $0,01$ [cm²] está unido a otro alambre del mismo material y la misma sección transversal. El alambre soporta la tensión de un bloque de masa 10 [kg] colgado en uno de los extremos. La longitud total del alambre compuesto es de 96 [cm] y ambos extremos se consideran nodos. Se inducen ondas transversales en el alambre utilizando una fuente externa de frecuencia variable. Se solicita: a) ¿cuál es el modo de vibración del alambre, para la mínima frecuencia de la fuente externa, de modo que se produzca ondas estacionarias, siendo el punto de unión A entre ambos alambres un nodo? b) Hallar dicha frecuencia ($\delta_{acero} = 7,80$ g/cm³)



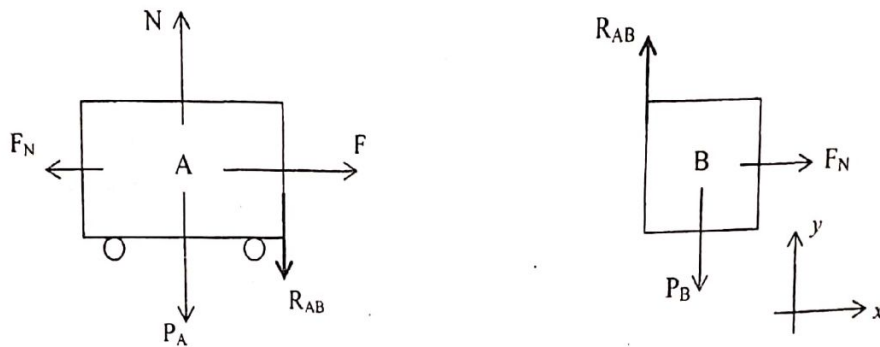
4-a) Una varilla cilíndrica de vidrio tiene uno de sus extremos terminado como una semiesfera de radio $|R| = 2$ cm. Se coloca un pequeño objeto delante de la varilla a una distancia de 8 cm, como muestra el siguiente esquema. La imagen se forma a 11 cm de la superficie de la dioptra. Encontrar el índice de refracción del vidrio.



4-b) Una experiencia de interferencia-difracción por doble rendija se analiza en el plano focal de una lente de 50 cm de distancia focal. Se observa que la distancia entre los dos mínimos de interferencia adyacentes al máximo de orden cero, es $0,5$ cm y que el máximo de interferencia de cuarto orden no se observa debido a que coincide con el primer cero de difracción. Si la luz monocromática incidente tiene una longitud de onda de $5,0 \cdot 10^{-7}$ m, hallar realizando un esquema del dispositivo y justificando las respuestas la distancia entre los centros de ambas rendijas y el ancho de cada rendija.

Ejercicio 1-a:

Vamos a hacer el planteo del problema desde un sistema inercial fijo a Tierra. Por lo tanto sólo de- poner “fuerzas verdaderas”. En el caso del carro M_A tenemos el Peso, la Normal, la fuerza F de la que habla el enunciado, y las interacciones con el cuerpo B. En el caso del cuerpo A, sabemos que empuja al B hacia adelante que llamo F_N , por lo tanto recibe una fuerza opuesta, como muestra el diagrama. Además, recibe también la reacción del rozamiento con B. Y así como B no cae gracias a que el rozamiento R_{AB} es una fuerza hacia arriba que compensa el peso, A recibe una opuesta:



En el sistema común de ejes que puse en el diagrama de B, las ecuaciones de la 2^{da} ley se escriben:

$$A: \begin{cases} F - F_N = M_A \cdot a_x \\ N - P_A - R_{AB} = 0 \end{cases} \quad B: \begin{cases} F_N = M_B \cdot a_x \\ R_{AB} - P_B = M_B \cdot a_y \end{cases}$$

Observar que por la configuración del problema, los cuerpos tiene como vínculo que las aceleraciones horizontales son iguales (por eso puse sólo a_x , sin distinguirlas). Pero podría darse el caso que el cuerpo B deslizará hacia abajo, entonces podría tener una componente de aceleración según dicho eje. De todas formas, como nos piden analizar el caso en que B no desliza, vamos a poner que esa componente es nula, y que el rozamiento es el caso estático.

$$A: \begin{cases} F - F_N = M_A \cdot a_x \\ N - P_A - R_{AB} = 0 \end{cases} \quad B: \begin{cases} F_N = M_B \cdot a_x \\ R_{AB} - P_B = 0 \end{cases}$$

De la última ecuación: $R_{AB} = P_B = M_B \cdot g$ (\spadesuit). Sumo miembro a miembro las ecuaciones del eje x :

$$F - F_N = M_A \cdot a_x \\ F_N = M_B \cdot a_x \quad \rightarrow \quad F = (M_A + M_B) \cdot a_x \quad \rightarrow \quad a_x = \frac{F}{(M_A + M_B)}$$

Reemplazando en la ecuación del eje x para B, obtenemos la F_N , la normal de contacto entre A y B:

$$F_N = M_B \cdot a_x = \frac{M_B \cdot F}{(M_A + M_B)}$$

Esta fuerza normal es importante porque es la que debemos utilizar en la expresión límite de la fuerza de rozamiento entre A y B. Recordemos que para dicho rozamiento, la Normal es la fuerza perpendicular entre los cuerpos que se produce la fricción, y a esa fuerza la llamamos F_N .

Para terminar, uso que el rozamiento toma como valor máximo la expresión $\mu_e \cdot F_N$, en (\clubsuit):

$$R_{AB} = M_B \cdot g \leq \mu_e \cdot \frac{M_B \cdot F}{(M_A + M_B)} \xrightarrow{\text{despejo}} F \geq \frac{(M_A + M_B)}{\mu_e} \cdot g$$

Así, el valor mínimo permitido es el valor inferior de esta desigualdad: $F_{\min} = \frac{(M_A + M_B)}{\mu_e} \cdot g$

1-a-2) la variación de la energía cinética pedida podemos obtenerla encontrando la velocidad en función del tiempo, para lo cual usamos que el movimiento es MRUV, con la aceleración encontrada en la primera parte:

$$v = v_o + a_x \cdot t = v_o + \frac{F}{(M_A + M_B)} \cdot t$$

Entonces, se tiene que:

$$\Delta E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot v_o^2 = \frac{1}{2} \cdot m_B \left(v_o + \frac{F}{(M_A + M_B)} \cdot t \right)^2 - \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot v_o^2$$

Si desarrollo el binomio:
$$\Delta E_{cin} = \frac{m_B \cdot v_o \cdot F}{(M_A + M_B)} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \frac{m_B \cdot F^2}{(M_A + M_B)^2} \cdot t^2$$

Y usando como valor de F el valor mínimo calculado en el punto anterior, nos queda:

$$\Delta E_{cin} = \frac{m_B \cdot v_o \cdot g}{\mu_e} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \frac{m_B \cdot g^2}{\mu_e^2} \cdot t^2$$

Ejercicio 1-b:

Como se trata de un fluido ideal vamos a escribir el Teorema de Bernoulli para una línea de corriente que arranca en la superficie libre, pasa por A, luego B y C.

$$P_o + \frac{1}{2} \cdot \delta \cdot v_o^2 + \delta \cdot g \cdot h_o = P_A + \frac{1}{2} \cdot \delta \cdot v_A^2 = P_B + \frac{1}{2} \cdot \delta \cdot v_B^2 = P_C + \frac{1}{2} \cdot \delta \cdot v_C^2$$

Donde para los puntos A, B y C tiré el término de la altura, porque tomé el nivel de referencia en la línea horizontal que pasa por esos puntos.

y de la ecuación de continuidad para que el caudal sea constante, sabemos que a mayor sección, la velocidad es menor: $Q = cte \rightarrow v_o \cdot S_o = v_A \cdot S_A = v_B \cdot S_B = v_C \cdot S_C$

Como tenemos un tanque de gran superficie abierta en la parte superior (sería como decir un S_o tendiendo a infinito), la velocidad de descenso del nivel de agua v_o será mucho menor que en los puntos A, B y C. Entonces, voy a aproximar $v_o = 0$. En la ecuación de continuidad sacamos la primera igualdad, y nos quedamos con las otras tres. Se supone que las secciones S_A , S_B , y S_C son dato. Como también lo son δ y v_A .

Para completar las cosas que debemos decir, vale poner que la presión en la superficie y en el punto C es la atmosférica, por lo tanto si tomo una parte del Teorema de Bernoulli puedo cancelar:

$$P_o + \overbrace{\frac{1}{2} \cdot \delta \cdot v_o^2}^{=0} + \delta \cdot g \cdot h_o = P_C + \frac{1}{2} \cdot \delta \cdot v_C^2 \rightarrow v_C = \sqrt{g \cdot h}$$

Ahora que tenemos la velocidad de salida, con la ecuación de continuidad la relaciono con la velocidad en A:

$$v_A \cdot S_A = v_C \cdot S_C \rightarrow v_A \cdot S_A = \sqrt{g \cdot h} \cdot S_C \xrightarrow{\text{despejo}} h = \frac{\left(v_A \cdot \frac{S_A}{S_C} \right)^2}{g}$$

Esta es la respuesta que debemos dar, en función de los datos de las secciones y v_A .

b) Usamos la otra parte del teorema de Bernoulli:

$$P_B + \frac{1}{2} \cdot \delta \cdot v_B^2 = P_C + \frac{1}{2} \cdot \delta \cdot v_C^2 \rightarrow P_C - P_B = \frac{1}{2} \cdot \delta \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} \cdot \delta \cdot v_C^2$$

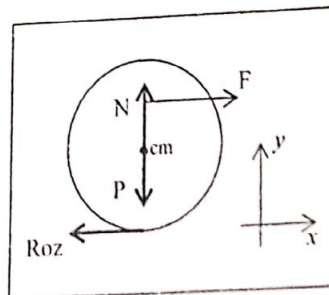
Y usando la ecuación de continuidad:

$$\underline{v_C = v_A \cdot \frac{S_A}{S_C} ; v_B = v_A \cdot \frac{S_A}{S_B}} \rightarrow \Delta P = \frac{1}{2} \cdot \delta \cdot v_A^2 \left(\frac{S_A}{S_B} \right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \delta \cdot v_A^2 \left(\frac{S_A}{S_C} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \delta \cdot v_A^2 \cdot S_A^2 \cdot \left[\frac{1}{S_B^2} - \frac{1}{S_C^2} \right]$$

Esta es la expresión pedida en función de los datos del problema.

Ejercicio 2:

Hacemos un diagrama de Cuerpo Libre de las fuerzas que recibe el carrete. Tenemos la Normal y el rozamiento, aplicados en el punto de contacto, el Peso en el CM, y la fuerza F. Quiero advertir que el sentido del rozamiento se supuso, pero después vamos a ver el signo del resultado para ver si se supuso correctamente (ver discusión al final del ejercicio)



Escribo las ecuaciones para la 2^{da} ley de Newton, de la traslación:
$$\begin{cases} x) F - Roz = m \cdot a_{cm} \\ y) N - P = 0 \end{cases}$$

Y para la rotación, vamos a tomar un sistema solidario, para facilitar la descripción de la condición de vínculo. Para eso tomo positivo el sentido horario, entonces nos queda:

$$F \cdot r + Roz \cdot R = I_{cm} \cdot \gamma$$

La condición de rodadura nos dice la aceleración angular de la rotación alrededor del centro de masa y la aceleración de la traslación del mismo cumplen $a_{cm} = \gamma \cdot R$

Reemplazamos esta condición en la ecuación del eje x:

$$x) F - Roz = m \cdot \gamma \cdot R \xrightarrow{\text{despejo}} Roz = F - m \cdot \gamma \cdot R \quad (\heartsuit)$$

Reemplazo en la ecuación de momentos:

$$F \cdot r + (F - m \cdot \gamma \cdot R) \cdot R = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 \cdot \gamma \xrightarrow{\text{operando}} F \cdot (r + R) = \frac{3}{2} \cdot m \cdot R^2 \cdot \gamma$$

$$\xrightarrow{\text{despejo}} \boxed{\gamma = \frac{2}{3} \cdot \frac{F \cdot (r + R)}{m \cdot R^2}}$$

Esto contesta el primer punto. De todas maneras, si reemplazamos en (\heartsuit) podemos obtener el rozamiento:

$$Roz = F - \cancel{m} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{F \cdot (r + R)}{\cancel{m} \cdot R^2} \cdot \cancel{R} \xrightarrow{\text{operando}} = \frac{3 \cdot F \cdot R - 2 \cdot F \cdot (r + R)}{3R} = \frac{F \cdot (R - 2 \cdot r)}{3R}$$

Observemos que el signo de la fuerza de rozamiento depende de los valores de r y R . Incluso en el caso que r sea la mitad de R , la fuerza de rozamiento puede ser nula. Para valores muy chicos de r , la fuerza de rozamiento debe tener el sentido opuesto al eje x, porque el momento de F es casi nulo, por dicha condición (representa que F está aplicada muy cerca del centro de momentos). En ese caso el rozamiento "colabora" con el giro, poniendo una componente en sentido horario. Por el contrario, cuando F está aplicada cerca del borde del carrete, el momento de esta fuerza alcanza y sobra para que el carrete gire, y el rozamiento se invierte para que se pueda mantener la condición de rodadura, haciendo un momento opuesto al de F .

b) Vimos que la derivada temporal del momento cinético respecto al centro de masa es:

$$\frac{dL_{CM}}{dt} = \frac{d(I_{CM} \cdot \omega)}{dt} = I_{CM} \cdot \frac{d\omega}{dt} = I_{CM} \cdot \gamma \xrightarrow{\text{reemplazo } \gamma} = \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot R^2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{F \cdot (r + R)}{\cancel{m} \cdot R^2} = \frac{1}{3} \cdot F \cdot (r + R)$$

El momento cinético se puede obtener integrando de ambos lados. Como todas las magnitudes de la derecha son constantes, la integral queda:

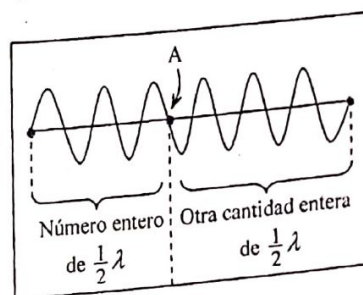
$$\frac{dL_{CM}}{dt} = \frac{1}{3} \cdot F \cdot (r + R) \xrightarrow{\text{Integro}} L_{CM} - \overset{=0}{L_0} = \frac{1}{3} \cdot F \cdot (r + R) t$$

Ejercicio 3:

Podemos considerar que el alambre es una sola pieza, porque se trata todo del mismo material, de la misma sección. Eso nos asegura que los parámetros para el proceso ondulatorio (la densidad lineal de masa del alambre, y la velocidad de propagación de la onda) son iguales.

En el alambre tenemos una tensión cuyo valor es igual al peso que equilibra en el extremo derecho, es decir el peso de la masa que cuelga: $T = P = 100 \text{ N}$.

En estas condiciones, la onda transversal estacionaria que resulta de excitar el alambre debe ser tal que haya un nodo en ambos extremos, y también en el punto A. La situación la podemos plantear en el dibujo:



La condición es que la onda estacionaria generada debe ser tal que entre un número entero de media longitudes de onda en el segmento que va del extremo izquierdo hasta A, y otro número entero de media longitudes de onda en el segmento que va de A hasta el extremo derecho. Es decir:

$$n_1 \cdot \frac{\lambda}{2} = L_1 \quad \text{y} \quad n_2 \cdot \frac{\lambda}{2} = L_2 \quad (\heartsuit)$$

La relación $v_{prop} = \lambda \cdot f$ nos dice que para cada situación estacionaria que esté permitida, su longitud de onda será mayor cuando menor sea la frecuencia. Así que la situación que pide el problema de frecuencia mínima tiene que ver con la mayor longitud de onda posible compatible con las condiciones (\heartsuit). Lo que vamos a hacer para resolver la situación es despejar las posibles longitudes de onda λ :

$$\lambda = \frac{2 \cdot 40 \text{ cm}}{n_1} \quad (n_1 \in \mathbb{N}): 80 \text{ cm}; 40 \text{ cm}; 26,6 \text{ cm}; 20 \text{ cm}; 16 \text{ cm}; 13,3 \text{ cm} \dots$$

$$\lambda = \frac{2 \cdot 56 \text{ cm}}{n_2} \quad (n_2 \in \mathbb{N}): 112 \text{ cm}; 56 \text{ cm}; 37,3 \text{ cm}; 28 \text{ cm}; 22,4 \text{ cm}; 18,6 \text{ cm}; 16 \text{ cm} \dots$$

Acá nos aparece la primera coincidencia, que corresponde a la mayor longitud de onda compatible con las condiciones anteriores. Corresponde a $\lambda = 16 \text{ cm}$, con $n_1 = 5$ y $n_2 = 7$. Como estos n indican media

longitud de onda, tenemos 5 mitades de λ para el primer tramo del alambre, y 7 mitades de λ para la parte más larga del mismo. Es la situación que representé al empezar el ejercicio.

Otra forma de hacerlo puede ser la siguiente, divido m. a m. las condiciones (♥): $\frac{n_2}{n_1} = \frac{L_2}{L_1} = \frac{56}{40}$

Esto nos da una relación entre los "n" que busco, dos **naturales** que guarden la relación de la fracción de la derecha. Si simplifico hasta dejarla irreducible queda:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{56}{40} \xrightarrow{\text{dividido 8}} \frac{n_2}{n_1} = \frac{7}{5} \rightarrow n_2 = 7; n_1 = 5$$

Con esto vuelvo a (♥) y saco la longitud de onda. Estos son los n del caso mínimo. Otra fracción equivalente ($\frac{14}{10}$, $\frac{21}{15}$, etc) es un múltiplo de estos valores y un armónico de mayor frecuencia.

b) Primero busco la velocidad de propagación de la onda en la cuerda. Para eso tenemos como dato la densidad del acero, y el valor de la tensión sobre el alambre. Como vimos en la guía, esa velocidad de propagación depende en realidad de la densidad "lineal". Para eso tomemos en cuenta los datos de las dimensiones del alambre:

$$\delta_{\text{acero}} = \frac{\text{Masa}}{\text{Vol}} = \frac{\text{Masa}}{\text{Sección} \cdot \text{Long}} \rightarrow \mu = \frac{\text{Masa}}{\text{Long}} = \delta_{\text{acero}} \cdot S = 7,8 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} \cdot 0,01 \text{ cm}^2 = 7,8 \cdot 10^{-2} \frac{\text{gr}}{\text{cm}}$$

$$\text{Cambio a unidades del MKS: } \mu = 7,8 \cdot 10^{-2} \frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-2} \text{ m}} = 7,8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$\text{Y saco la velocidad de propagación con la fórmula: } v_p = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{100 \text{ N}}{7,8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}}}} = 113,23 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$$

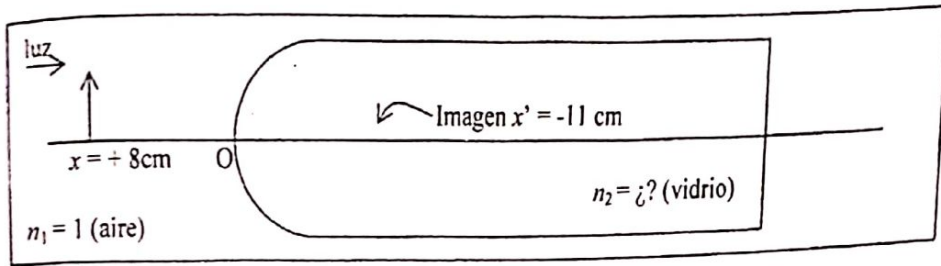
Para terminar, usamos la relación entre frecuencia y longitud de onda, y obtenemos la frecuencia asociada a la longitud de onda del punto anterior:

$$v_p = \lambda \cdot f \rightarrow f = \frac{113,23 \frac{\text{m}}{\text{seg}}}{16 \text{ cm}} = \frac{113,23 \frac{\text{m}}{\text{seg}}}{0,16 \text{ m}} = 707,7 \text{ hz}$$

Ejercicio 4-a):

Tenemos que relacionar la posición del objeto con la imagen que se forma dentro de la dioptra esférica de vidrio, de forma convexa. Recordemos que por nuestra convención de signos la luz incide desde la izquierda, y todo lo que quede de ese lado de la dioptra es positivo. En particular, la posición del

objeto. En cambio la imagen y el radio son negativos, porque quedan a la derecha de la superficie, como se ve en el dibujo:



Tenemos:

$$\frac{n_2}{x'} - \frac{n_1}{x} = \frac{n_2 - n_1}{R} \rightarrow \frac{n_2}{-11 \text{ cm}} - \frac{1}{+8 \text{ cm}} = \frac{n_2 - 1}{-2 \text{ cm}} \xrightarrow{\text{opero}} -\frac{n_2}{11} - \frac{1}{8} = -\frac{n_2}{2} + \frac{1}{2}$$

$$-\frac{n_2}{11} + \frac{n_2}{2} = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} \rightarrow \frac{9}{22} \cdot n_2 = \frac{5}{8} \xrightarrow{\text{despejo}} n_2 \approx 1,53$$

Ejercicio 4-b)

El patrón de interferencia-difracción superpone una serie de máximos y mínimos del patrón de interferencia de doble rendija, modulado por la figura de la intensidad del patrón de difracción de una rendija. La ubicación de los máximos de intensidad del patrón de interferencia se da cuando se cumple:

$$Y_n = \frac{n \cdot \lambda \cdot f}{d} \quad (n = 0, 1, \dots, N) \quad (\text{máximos de interferencia})$$

Donde Y es su ubicación en la pantalla, n es el orden del máximo, f es la distancia focal de la lente (que también es la distancia entre la pantalla y el plano que contiene las ranuras) y d es la separación entre las rendijas. La distancia sobre la pantalla entre el 1^{er} y 2^{do} máximo se puede obtener restando esta expresión para el caso $n = 2$ y $n = 1$ respectivamente. De todas formas, es la misma para cualquier par de máximos consecutivos:

$$Y_2 - Y_1 = \frac{2 \cdot \lambda \cdot f}{d} - \frac{1 \cdot \lambda \cdot f}{d} = \frac{\lambda \cdot f}{d} \xrightarrow{\text{reemplazo}} 5 \cdot 10^{-3} \text{ m} = \frac{5 \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot 0,5 \text{ m}}{d} \rightarrow d = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Esta es la distancia entre las dos rendijas. El patrón de difracción presenta zonas oscuras (ceros de intensidad), cuya ubicación sobre la pantalla viene dada por:

$$Y_n = \frac{n \cdot \lambda \cdot D}{a} \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (\text{ceros de difracción})$$

Donde a es el ancho de las rendijas. Bueno, el problema nos dice que el máximo con $n = 4$ de interferencia coincide con el primer mínimo ($n = 1$) de difracción. Igual:

$$\frac{4.\lambda.D}{d} = \frac{1.\lambda.D}{a} \rightarrow a = \frac{d}{4} = 1,25.10^{-5} m$$

28/07/16

TEMA 1

FÍSICA I - 6201 - EVALUACIÓN INTEGRADORA

- JUSTIFICAR DETALLADAMENTE PROCEDIMIENTOS Y ANALIZAR RESULTADOS.
- NO TRABAJAR EN LAPIZ NI USAR TINTA ROJA.

APELLIDO Y NOMBRES (en todas las hojas):

PADRÓN:

OPORTUNIDAD:

CURSO DOCENTE:

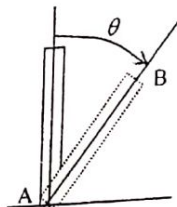
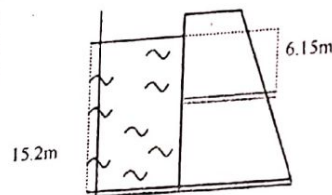
NÚMERO DE HOJAS ENTREGADAS:

PARA EL DOCENTE CORRECTOR:

1				2		3		4			
a1	a2	a3	b	a	b	a	b	a1	a2	b1	b2

1-a) Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando las respuestas a partir de las leyes fundamentales de la dinámica y los teoremas de conservación o dando un contraejemplo si son falsas.

- 1.a.1) El trabajo de la fuerza de rozamiento siempre es menor que 0.
 1.a.2) El momento cinético de una partícula que se desliza sobre una superficie plana con movimiento rectilíneo uniforme, respecto a cualquier punto de dicha superficie, es constante.
 1.a.3) Si un hombre de peso W se encuentra parado sobre una balanza dentro de un ascensor de peso $2W$ que sube con una aceleración a hacia arriba entonces la tensión que soporta el cable del ascensor es igual a $3W$.
 1.b) El agua detrás de un dique de depósito mide 15.2m de profundidad. Un tubo horizontal de 4.30cm de diámetro lo cruza a 6.15m debajo de la superficie del agua como muestra la figura. Justificando la respuesta y suponiendo nivel del dique constante, hallar el caudal del tubo.



2. Una varilla delgada de largo L y masa M está articulada en su extremo inferior A como se muestra en la figura. Si la varilla parte del reposo determinar, justificando las respuestas, cuando forma un ángulo θ con la vertical. A) la aceleración del centro de masa de la varilla, b) las reacciones de vínculo en A . (Dato $I_{CM} = M L^2/12$) Realizar DCL de la varilla

3) Sean dos cuerdas A y B con densidades lineales de $10g/cm$ y $5g/cm$ respectivamente. La cuerda A vibra en su modo fundamental y está sujeta por dos soportes a una distancia de $5 m$ sometida a una Tensión de $4900N$. Se solicita: a) clasificar de todas las formas posibles la onda que se establece en la cuerda A y escribir la ecuación de una posible onda en la cuerda A . b) Si la cuerda B está sujeta por dos soportes separados $8m$, hallar la tensión que debe aplicarse para que al vibrar en el 2^{do} armónico produzca un batido de $1 Hz$ con el sonido emitido por la cuerda A .

4-a) Una lente plano convexa en aire tiene un índice de refracción de 1.5 y el radio de su cara convexa es de $30 cm$. Supuesta la lente delgada determinar: 4.a.1) La distancia focal y clasificar la lente; 4.a.2) La posición y característica de la imagen de un objeto real ubicado sobre el eje principal a $40 cm$ de la lente. Indicar convención utilizada y realizar marcha de rayos.

4-b) En un patrón de interferencia difracción de dos rendijas de ancho a separadas una distancia d , el cuarto mínimos de difracción anula al máximo de interferencia de orden 12 . Se solicita: 4.b.1) Graficar el diagrama de interferencia- difracción en una pantalla alejada, en función de la posición. 4.b.2) Analizar separadamente cómo cambia este diagrama si se duplica la distancia entre ramuras y si se duplica λ .

Ejercicio 1-a:

1-a-1) Es Falsa. El trabajo del rozamiento puede ser nulo, o incluso positivo. Consideremos un contraejemplo, por ejemplo un pocillo de café apoyado en una bandeja.

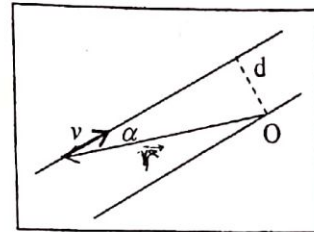
La fuerza de rozamiento entre la mano del mozo y la bandeja es la fuerza que permite que el mozo lleve la bandeja hacia adelante y a su vez la fuerza de rozamiento entre la bandeja y el pocillo permite a éste seguir junto con la bandeja. Vale también mencionar el caso del rozamiento con sus zapatos, gracias a esa fuerza puede avanzar y es la responsable del trabajo positivo que le permite **ganar** energía cinética.



1-a-2) Es Verdadera. En efecto, podemos decir que respecto de cualquier punto, el momento cinético vale:

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p} = r.m.v.\text{sen}\alpha$$

La última expresión corresponde al producto vectorial en el plano. Pero del dibujo, vemos que el producto $r.\text{sen}\alpha = d$, es la distancia entre la recta donde está dirigida v (que es constante, por ser un MRU), y la paralela que pasa por el centro de momentos. Nos queda así un producto de constantes.



Otra forma de contarlo es porque un MRU tiene aceleración nula, por lo tanto resultante de fuerzas nula, y el momento total (que es la suma de los momento de las fuerzas aplicadas a la partícula) es cero, ya que todas están aplicadas en el mismo punto por ser una partícula (un cuerpo extenso puede tener una cupla, fuerzas opuestas que estén aplicadas en distintos puntos, y tengan resultante nula pero momento no nulo). De la expresión:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \overbrace{\sum \vec{M}}^{=0} \rightarrow \vec{L} = cte$$

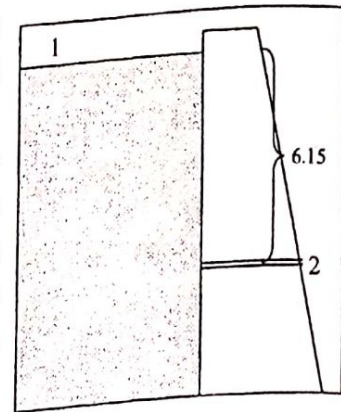
1-a-3) es Falsa, porque el Peso total del sistema ascensor y persona es $3.W$, y para un sistema así tenemos un DCL muy sencillo, formado por el peso total (vertical hacia abajo) y la Tensión del cable (vertical hacia arriba). Si la tensión del cable vale lo mismo que el peso, la resultante sería cero. Y por la segunda ley de Newton, resulta que el "ascensor + persona" no estaría acelerado. Para que haya aceleración hacia arriba, la resultante o suma de fuerzas debe apuntar hacia arriba. Y para eso debe ganar la fuerza que va en ese sentido. Conclusión: **la tensión debe ser mayor a $3.W$**

1-b) Usemos el Teorema de Bernoulli para los puntos sobre una línea de corriente que une la superficie libre del líquido hasta el orificio de salida. Suponiendo válidas las hipótesis del Teorema (flujo laminar, viscosidad despreciable) tenemos que:

$$P_1 + \frac{1}{2} \cdot \delta \cdot v_1^2 + \delta \cdot g \cdot h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \cdot \delta \cdot v_2^2 + \delta \cdot g \cdot h_2$$

Como los dos puntos son abiertos a la atmósfera, la presión es la misma y puede cancelarse. Además, poniendo el nivel $h = 0$ en el tubo horizontal, cancelo h_2 y $h_1 = 6,15 \text{ m}$.

Finalmente, considero que la velocidad en la superficie es muy pequeña, y la desprecio. Es una suposición razonable, teniendo en cuenta que el descenso del nivel de líquido es muy lento, ya que la superficie del lago S_1 es muy extensa. Y por la ecuación de continuidad, $v_1 \cdot S_1 = v_2 \cdot S_2$ y $S_1 \gg S_2$, entonces $v_1 \gg v_2$. A esto se refieren con "suponer el nivel del dique constante", tomar $v_1 = 0$.



En Bernoulli: $\sqrt{P_1 + \frac{1}{2} \cdot \delta \cdot v_1^2 + \delta \cdot g \cdot h_1} = \sqrt{P_2 + \frac{1}{2} \cdot \delta \cdot v_2^2 + \delta \cdot g \cdot h_2} \rightarrow v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} = 11,1 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$

Y para obtener el caudal en el caño horizontal, basta multiplicar esta velocidad (es la misma en todo el caño, porque la sección es constante), por la sección:

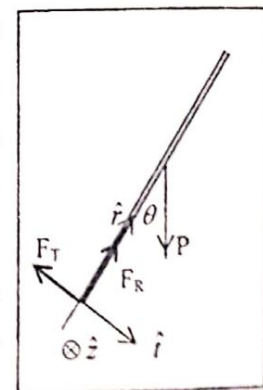
$$Q = v \cdot S = 11,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \pi \cdot R^2 \xrightarrow{R=D/2=2,15 \text{ cm}} 11,1 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \pi \cdot (0,0215 \text{ m})^2 = 1,61 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}^3}{\text{seg}} = 16,1 \frac{\text{litros}}{\text{seg}}$$

Ejercicio 2:

Uno de esos lindos problemas de CR, que ayudan a que el tema gane fama. Empecemos por analizar el movimiento del CM, que es como decir el centro de la barra. Sabemos que cuando se lo aparta de la vertical, baja girando sobre la articulación, en un movimiento circular de radio $L/2$. No es uniforme, porque claramente cae cada vez más rápido, así que tendremos que considerar el caso más general, con aceleración centrípeta y tangencial.

Por lo dicho arriba, resulta conveniente usar un sistema de ejes ordenados polares en el plano, con \hat{r} en la dirección radial (de la articulación al centro de masa), \hat{t} tangencial en el sentido en que se mueve el CM, y un eje \hat{z} en la dirección entrante a la hoja para completar una terna derecha (el producto vectorial de \hat{r} con \hat{t} nos da \hat{z}).

El diagrama de cuerpo libre incluye la fuerza peso aplicada en el CM, y la reacción de vínculo en la articulación. Sobre esta fuerza no sabemos gran cosa, así que voy a poner dos componentes, una sobre cada eje.



Lo único que podemos objetar son los sentidos de las reacciones en la articulación, pero son una suposición y cuando las despeje estamos a la espera que el signo nos diga si se supusieron en el sentido correcto, o eran al revés.
 Para plantear la 2^{da} ley de Newton debo descomponer el peso sobre ambos ejes radial y tangencial. Observemos que en el eje radial la componente apunta en el sentido contrario al positivo.

$$\begin{cases} \hat{r}) F_R - P \cdot \cos(\theta) = m \cdot a_r \\ \hat{i}) P \cdot \sin(\theta) - F_T = m \cdot a_t \end{cases}$$

Para la ecuación de momentos, conviene escribirla desde el punto de articulación, de manera de evitar los momentos de las fuerzas de reacción. Hay que modificar el momento de inercia, para lo cual uso el Teorema de Steiner:

$$I_A = I_{CM} + m \cdot d^2 \xrightarrow{d=L/2} = \frac{1}{12} m \cdot L^2 + \frac{1}{4} m \cdot L^2 = \frac{1}{3} m \cdot L^2$$

Y ahora escribo la ecuación de momentos, donde el único momento es el de la fuerza peso (su componente tangencial):

$$\sum M = I \cdot \gamma \rightarrow \hat{z}) + m \cdot g \cdot \sin(\theta) \cdot \frac{L}{2} = \frac{1}{3} m \cdot L^2 \cdot \gamma \quad (\heartsuit)$$

El sentido entrante \hat{z} sale de la regla de la mano derecha, y también se puede sacar como el producto vectorial del vector $\vec{r} = \frac{L}{2} \hat{r}$ donde está aplicado el peso, con $\vec{P} = -mg \cdot \cos(\theta) \hat{r} + mg \cdot \sin(\theta) \hat{i}$

En la ecuación de momentos podemos obtener la velocidad angular. Para eso debemos recordar un truco que vimos en la guía de Cuerpo Rígido, que consistía en usar la Regla de la Cadena y pensar a la aceleración angular γ como función del ángulo θ , que nos permite poner:

$$\gamma = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} \xrightarrow{\frac{d\theta}{dt} = \omega} \gamma = \omega \cdot \frac{d\omega}{d\theta}$$

Ahora sí, integro la ecuación de momentos por separación de variables:

$$m \cdot g \cdot \sin(\theta) \cdot \frac{L}{2} = \frac{1}{3} m \cdot L^2 \cdot \gamma \rightarrow g \cdot \sin(\theta) = \frac{2}{3} L \cdot \omega \cdot \frac{d\omega}{d\theta} \xrightarrow{\text{separo}} g \cdot \sin(\theta) d\theta = \frac{2}{3} L \cdot \omega d\omega$$

$$\xrightarrow{\text{Integro}} \left(-g \cdot \cos(\theta) \right)_0^\theta = \left(\frac{1}{3} L \cdot \omega^2 \right)_0^\omega \rightarrow -g \cdot \cos(\theta) + g \cdot 1 = \frac{1}{3} L \cdot \omega^2$$

Expresión que podemos dejar escrita como:

$$\xrightarrow{\text{Integro}} \left(-g \cdot \cos(\theta) \right)_0^\theta = \left(\frac{1}{3} L \cdot \omega^2 \right)_0^\omega \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3g}{L} \cdot (1 - \cos(\theta))}$$

Con esto puedo contestar las componentes de la aceleración del CM en función del ángulo θ . Por un lado tenemos la componente centrípeta, que calculamos mediante la expresión conocida del circular:

$$a_r = -\omega^2 \cdot R \hat{r} \xrightarrow{R=L/2} a_r = -\frac{3g}{2} \cdot (1 - \cos(\theta)) \hat{r}$$

El signo que le puse a esa componente indica que es opuesta al sentido tomado para el versor \hat{r} , porque apunta como sabemos hacia el centro de giro. Por otro lado tenemos la componente tangencial, relacionada con la aceleración angular por la condición de vínculo que nos dice que el punto de la articulación tiene velocidad nula:

$$a_t = \gamma \cdot R \xrightarrow{R=L/2, (\heartsuit)} = \frac{3g}{2L} \cdot \text{sen}(\theta) \cdot \frac{L}{2} = \frac{3g}{4} \cdot \text{sen}(\theta) \hat{t}$$

Y con estas dos componentes, vuelvo a las expresiones de la 2^{da} ley de Newton y saco el valor de las componentes de la fuerza de vínculo:

$$\begin{cases} \hat{r}) F_R - P \cdot \cos(\theta) = m \left(-\frac{3g}{2} \cdot (1 - \cos(\theta)) \right) \\ \hat{t}) P \cdot \text{sen}(\theta) - F_T = m \left(\frac{3g}{4} \cdot \text{sen}(\theta) \right) \end{cases} \xrightarrow{\text{opero}} \begin{cases} F_R = \frac{5m \cdot g}{2} \cdot \cos(\theta) - \frac{3mg}{2} \\ F_T = \frac{1m \cdot g}{4} \cdot \text{sen}(\theta) \end{cases}$$

Vemos que la componente tangencial siempre es positiva, eso nos indica que el sentido elegido era el correcto. En cambio la radial cambia de signo. Igualando esa componente a cero vemos que existe un valor de ángulo para el cual la componente se anula, que cumple $\cos(\theta) = \frac{3}{5}$ ($\theta \approx 53,13^\circ$)

Para valores menores a ese ángulo la componente radial es positiva, eso nos indica que tiene el sentido que marcamos en el dibujo, es decir el del sentido radial. Así, cuando empieza a moverse la barra, la componente radia del vínculo empuja en sentido $+\hat{r}$. Cuando superamos ese valor la componente radial cambia de signo, y la fuerza se invierte de sentido. Eso se explica porque en el eje radial las fuerzas deben obtener una aceleración entrante hacia la articulación en todo el problema, cuyo valor aumenta conforme vamos cayendo porque aumenta ω . Al principio, la componente radial del peso es más que suficiente, porque empieza cayendo despacio, y esa componente es prácticamente igual al peso porque éste proyecta casi todo en el eje radial. La Fuerza radial de vínculo se encarga de anular el "excedente del peso". Cuando la barra cae, la componente del peso disminuye en el eje radial, y además se necesita más aceleración hacia el centro porque aumenta ω . Entonces, la componente radial cambia de sentido y colabora con lo que le falte al peso para lograr la aceleración necesaria en ese eje.

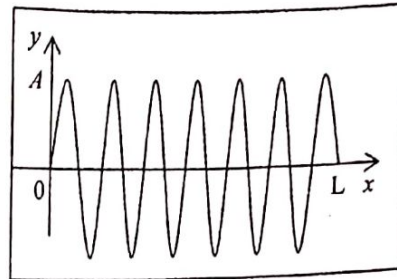
Ejercicio 3:

La cuerda A está sujeta en sus dos extremos, y la onda que se genera es una onda que podemos clasificar como estacionaria (porque está confinada a la soga), transversal (porque los puntos de la soga se mantiene oscilando en un movimiento vertical perpendicular a la soga), mecánica (porque utiliza un medio material para efectuar el movimiento ondulatorio. Una posible ecuación de la onda en la cuerda tiene, como toda estacionaria, separada la parte espacial de la temporal

$$Y = A \cdot \text{sen}\left[\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right] \cos[2\pi \cdot f \cdot t]$$

Aclaro que esta es una de las posibles, porque puede también haber un ángulo de fase sumando dentro de la parte temporal, o cambiar dicha función por un seno, según las condiciones iniciales de la onda.

Con eso me refiero a que si pongo un $\frac{\pi}{2}$ sumando dentro de ese coseno, o lo cambio por un seno, entonces para tiempo cero el coseno se anula y para todo x la perturbación es $Y = 0$ (la cuerda está horizontal). Así como la escribí, en tiempo cero la forma inicial es la dada por las posiciones extremas de la oscilación para cada punto x .



El modo fundamental de vibración es aquel en que la longitud de la cuerda es media longitud de onda, de lo cual se deduce que para el modo fundamental tenemos $\lambda = 10 \text{ m}$.
La velocidad de propagación de una cuerda de estas características y su relación con la tensión T de la cuerda y la densidad lineal de masa μ , viene la expresión que vimos en los cuadernillos de la guía 7:

$$v_p = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{4900 \text{ N}}{10 \text{ g/cm}}} \xrightarrow{\text{cambio a unidades MKS}} \sqrt{\frac{4900 \text{ N}}{1 \text{ kg/m}}} = 70 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$$

Finalmente, la frecuencia de la onda, y su relación con la longitud de onda y esta velocidad, viene dada por:

$$v = \lambda \cdot f \xrightarrow{\text{reemplazo}} 70 \frac{\text{m}}{\text{seg}} = 10 \text{ m} \cdot f \rightarrow f = 7 \text{ Hz}$$

Esta es la frecuencia asociada a la onda estacionaria fundamental que se establece en la primera cuerda A. El fenómeno de batido se produce cuando dos fuentes producen ondas de frecuencias muy similares. Para ese caso vimos que la frecuencia del batido es la diferencia de frecuencias entre ambas fuentes. Por lo tanto, el enunciado nos dice que la frecuencia que se establece en la segunda cuerda B tiene una frecuencia de 1 Hz más grande o más chica que esta que tenemos en la cuerda A. Cualquiera de los dos casos sirve para establecer un batido como pide el problema. Así que vamos a elegir uno de los dos casos, digamos que en B se establece una onda estacionaria cuyo 2^{do} armónico tiene una frecuencia 1 Hz mayor, o sea $f = 8 \text{ Hz}$.

Entonces, escribimos la expresión de las longitudes de onda estacionarias para la cuerda B:

$$L_B = n \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (n = 1, 2, \dots) \xrightarrow{\text{2do armónico}} \lambda = L_B = 8 \text{ m}$$

Con estas dos magnitudes despejo la velocidad de propagación: $v_B = \lambda \cdot f = 8 \text{ m} \cdot 8 \frac{1}{\text{seg}} = 64 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$

Y de aquí, podemos buscar la relación con la tensión en la cuerda:

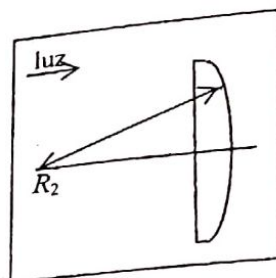
$$v_p = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{T}{0,5 \text{ kg/m}}} \xrightarrow{\text{despejo}} T = \left(64 \frac{\text{m}}{\text{seg}}\right)^2 \cdot 0,5 \frac{\text{kg}}{\text{m}} = 2048 \text{ N}$$

Ejercicio 4:

a-1) uso la fórmula del constructor de lentes: $f_o = \frac{n_o}{n_v - n_o} \left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 - R_2} \right)$ ($n_o = 1$ aire, $n_2 = 1,5$ vidrio)

Para eso, con la convención de signos que aplicamos en la guía (la luz proviene de la izquierda, todo lo que se encuentra a la izquierda de la lente es positivo), tenemos que tomar el límite cuando el radio de la cara R_1 tiende a infinito (cara plana) con R_2 positivo (el centro de curvatura de esa cara queda a la izquierda de la lente, como se muestra en el dibujo)

Para el límite, vale usar L'Hopital (derivando arriba y abajo respecto de R_1):



$$f_o = \frac{1}{1,5 - 1} \left(\frac{1 \cdot R_2}{1 - 0} \right) = +60 \text{ cm}$$

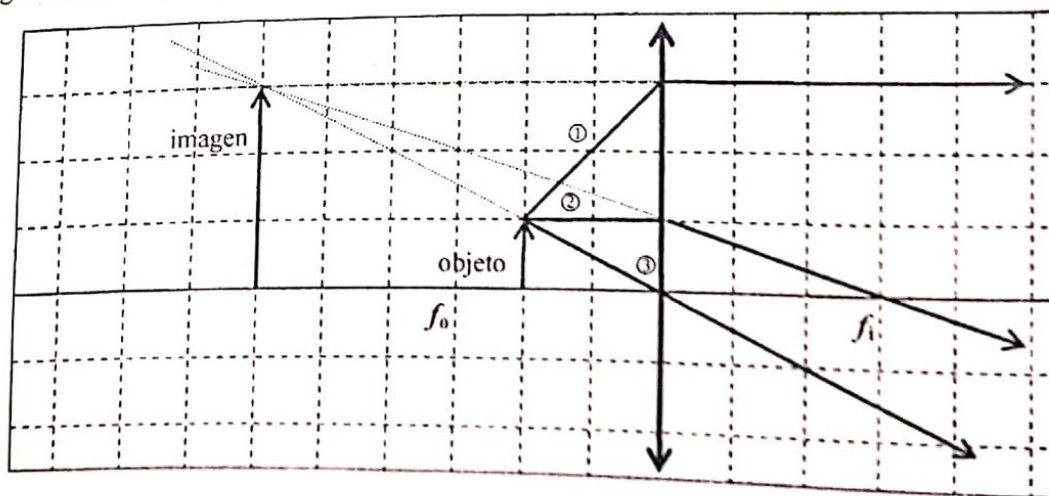
Como el signo es positivo, según nuestra convención es una lente convergente en aire.

a-2) Pongo un objeto real a 40 cm de la lente (a la izquierda, para que sea real, entonces $x_o = +40 \text{ cm}$)

$$\frac{1}{x_o} - \frac{1}{x'} = \frac{1}{f_o} \xrightarrow{\text{reemplazo}} \frac{1}{+40 \text{ cm}} - \frac{1}{x'} = \frac{1}{+60 \text{ cm}} \xrightarrow{\text{despejo}} x' = 120 \text{ cm}$$

Como el signo es positivo se trata de una imagen virtual, que se obtiene extendiendo los rayos emergentes a la izquierda de la lente. Y por último, con la expresión del aumento: $A = \frac{x'}{x} = +3$ la

imagen es derecha y mayor. Hago el trazado de rayos:



Donde pusimos el rayo ① que incide en la recta que pasa por el foco objeto, y sale paralelo al eje, el rayo ② que incide paralelo al eje, y sale de la lente pasando por el foco imagen, y el ③ que incide en la dirección del eje óptico, y no se desvía. La intersección de las prolongaciones (en línea de puntos) de los rayos emergentes nos muestra una imagen virtual, derecha y mayor, como se obtuvo analíticamente.

Ejercicio 4-b:

4-b-1) El patrón de interferencia-difracción superpone una serie de máximos y mínimos del patrón de interferencia de doble rendija, modulado por la figura de la intensidad del patrón de difracción de una rendija. La ubicación de los máximos de intensidad del patrón de interferencia se da cuando se cumple:

$$Y_n = \frac{n \cdot \lambda \cdot D}{d} \quad (n = 0, 1, \dots, N) \quad (\text{máximos de interferencia})$$

Donde Y es su ubicación en la pantalla, n es el orden del máximo, D es la distancia entre la pantalla y las rendijas y d es la separación entre las rendijas.

A su vez, el patrón de difracción presenta también zonas oscuras, donde este fenómeno provoca que haya interferencia destructiva, su ubicación sobre la pantalla viene dada por:

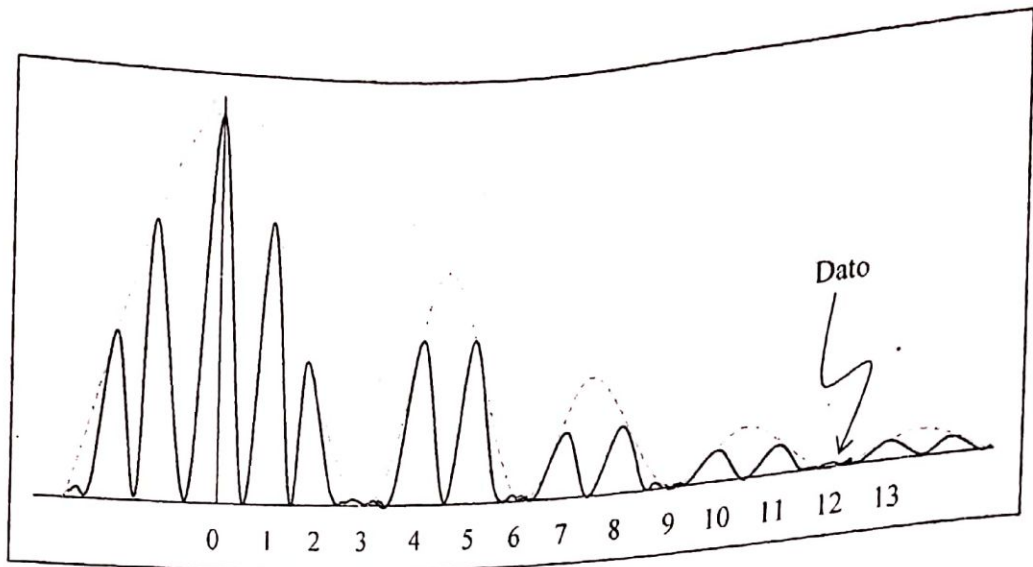
$$Y_n = \frac{n \cdot \lambda \cdot D}{a} \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (\text{ceros de difracción})$$

Donde a es el ancho de las rendijas. Bueno, el problema nos dice que el máximo con $n = 12$ de interferencia coincide con el mínimo de $n = 4$ de difracción. Igualo:

$$\frac{12 \cdot \lambda \cdot D}{d} = \frac{4 \cdot \lambda \cdot D}{a} \rightarrow 3 = \frac{d}{a}$$

Lo primero que vemos es que en esta igualdad podemos eliminar λ y D . Lo segundo es que la misma igualdad vale para otras combinaciones de naturales, por ejemplo si dividido por 2 de ambos lados me queda que también se superponen el máximo de orden 6 de interferencia con el mínimo de orden 2 de difracción, y otro tanto con el 3 de interferencia y el primero de difracción, y el 9 de interferencia con el 3 de difracción. Es decir todas las combinaciones cuyo cociente sea 3.

Entonces, el patrón pedido lo podemos graficar haciendo la figura de interferencia (una serie de máximos y mínimos consecutivos y equiespaciados), superpuesta con una campana de difracción que la modula dando el pico de intensidad total (hasta donde debe subir el máximo). Esta campana de difracción la marqué en línea de puntos, y tiene el primer cero superpuesto con el tercer máximo de interferencia, el segundo con el sexto máximo de interferencia, y así siguiendo:



Es una figura simétrica, pero nos hemos dedicado a extenderla sólo del lado derecho del máximo central de orden 0, para llegar hasta la superposición que dice el enunciado, en el máximo de orden $n = 12$ de interferencia, con el cuarto cero de la campana de difracción.

4-b-2) si se duplica la distancia entre ranuras (o rendijas como las llamé antes) se afecta la figura de interferencia. Como vemos en la expresión:

$$Y_n = \frac{n \cdot \lambda \cdot D}{d} \quad (n = 0, 1, \dots, N)$$

Los nuevos máximos se ubicaran en la mitad del caso anterior al duplicarse d (doble divisor = mitad del cociente). Y ahora se superponen el primer cero de difracción con el máximo de orden $n = 6$ de interferencia, y el segundo cero de difracción con el máximo de orden $n = 12$ de interferencia. Es decir que en la campana central aparecen más máximos de interferencia (5 para cada lado, el 6 se anula).

En el caso de cambiar la longitud de onda λ al doble se observa cambian a la vez la posición de los ceros de difracción y los máximos de interferencia en la misma proporción, porque ambos son directamente proporcionales a λ . Por lo tanto la figura es la misma en su forma, pero está más estirada en el ancho porque cada posición Y pasa a ser el doble. Pero, sigue habiendo las mismas superposiciones del caso b-1).

*Reservados todos los derechos de esta
publicación bajo los alcances de la ley 11723*